

1920.

No. 13.

GENERAL LIBRARY
OCT 13 1920
UNIV. OF MICH.

ANNALEN DER PHYSIK.

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH

V. A. C. GREN, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF, G. G. E. WIEDEMANN, P. DRUDE.

VIERTE FOLGE.

Band 62. Heft 5.

DER GANZEN REIHE 367. BANDES 5. HEFT.

KURATORIUM:

M. PLANCK, G. QUINCKE

W. C. RÖNTGEN, W. VOIGT, E. WARBURG.

UNTER MITWIRKUNG

DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

HERAUSGEGEBEN VON

W. WIEN UND M. PLANCK.



LEIPZIG.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIOUS BARTH.

DÖRRRIENSTRASSE 16.

Bestellungen auf die „Annalen“ werden von allen Buchhandlungen und von der Verlagsbuchhandlung angenommen. Im Jahre 1920 erscheinen Bd. 61, 62 und 63 à 8 Hefte. Preis von Bd. 61 u. 62 je M 45.—.
Nach dem Ausland in der Währung des betr. Landes.

Ausgegeben am 8. Juli 1920.

Inhalt.

	Seite
1. O. Knopf. Die Versuche von F. Harreß über die Geschwindigkeit des Lichtes in bewegten Körpern	389
2. M. v. Laue. Zum Versuch von F. Harreß	448
3. R. Seeliger. Die Aufrechterhaltung der negativen Erdladung, das Grundproblem der luftelektrischen Forschung	464
4. H. Weyl. Erwiderung auf Hrn. Sommerfelds Bemerkungen über die Ausbreitung der Wellen in der drahtlosen Telegraphie	482

Die Redaktion der Annalen wird von den umseitig genannten Herren besorgt. Den geschäftlichen Teil hat Herr Geh. Hofrat Prof. W. Wien übernommen, an den auch Manuskripte zu senden sind. Seine Adresse ist: Würzburg, Fleischerring 8.

Es wird gebeten, die Manuskripte **druckfertig** einzuliefern und in den Korrekturen den beim Druck für sie verwendeten Raum nicht zu überschreiten.

Für die Aufnahme von Dissertationen gelten besondere Bedingungen, welche vom Verlag bekannt gegeben werden.

Die Verlagsbuchhandlung liefert 100 **Sonderabdrücke** jeder Arbeit kostenfrei. Falls ausnahmsweise mehr gewünscht werden, so muß dies bei Rücksendung des ersten Korrekturbogens an die Druckerei auf dessen erster Seite bemerkt werden. Alle anderen, die Sonderabdrücke betreffenden Mitteilungen bittet man an die Verlagsbuchhandlung zu richten.

Anderweitiger Abdruck der für die Annalen bestimmten Abhandlungen oder Übersetzung derselben innerhalb der gesetzlichen Schutzfrist ist nur mit Genehmigung der Redaktion und Verlagsbuchhandlung gestattet.

Die **Zeichnungen** sind in möglichst sorgfältiger Ausführung den Abhandlungen auf besonderen Blättern beizulegen (nicht in das Manuskript selbst einzuzichnen). Da die Figuren fortan möglichst in den Text eingefügt werden sollen, ist die Stelle des Manuskriptes recht genau anzugeben, wo sie hingehören.

Zitate sind am Rande oder unten auf den Seiten des Manuskriptes (nicht in dem Text selbst) und zwar möglichst in der in den „Fortschritten der Physik“ üblichen Form mit Angabe des Namens und Vornamens, der Band-, Seiten- und Jahreszahl aufzuführen.



Ge

—
Ver
fini
§ 6
§ 7
den
K5

de
sei
be
Ve
Ä
ein
Fo

de

S.
F
n

al
D
ac

ANNALEN DER PHYSIK.

VIERTE FOLGE. BAND 62.

1. Die Versuche von F. Harreß über die Geschwindigkeit des Lichtes in bewegten Körpern; von O. Knopf.

Inhaltsverzeichnis. § 1. Das Ziel der Harreßschen Versuche. — § 2. Das Prismenpolygon. — § 3. Der Weg der Strahlenbündel. Versuche zur Sichtbarmachung der Interferenzstreifen. — § 4. Die definitive Form des Interferometers. — § 5. Der Rotationsapparat. — § 6. Versuche zur Erzeugung monochromatischer Interferenzstreifen. — § 7. Das endgültige Meß- und Aufnahmeverfahren. — § 8. Anpassung der Formel für die Streifenverschiebung auf den Fall eines rotierenden Körpers. — § 9. Zusammenstellung der Messungsergebnisse.

§ 1. Das Ziel der Harreßschen Versuche.

In den Jahren 1909—11 machte mein damaliger Assistent, der leider ein Opfer des Krieges gewordene F. Harreß, für seine Promotionsarbeit „Die Geschwindigkeit des Lichtes in bewegten Körpern“ im Keller der Jenaer Universitätssternwarte Versuche zur Bestimmung des Mitführungskoeffizienten des Äthers im Glase. Er hatte hierbei namentlich die Absicht, eine Entscheidung darüber herbeizuführen, welcher der beiden Formeln für den Mitführungskoeffizienten,

$$\text{ob der Fresnelschen, } \frac{n^2 - 1}{n^2},$$

$$\text{oder der Lorentzschen, } \frac{n^2 - 1}{n^2} - \frac{\lambda}{n} \frac{dn}{d\lambda},$$

der Anspruch auf Richtigkeit zukomme.¹⁾

1) Nach Hrn. Einsteins Bemerkungen in den *Astr. Nachr.* 199. S. 7 und 47 würde in dem bei den Harreßschen Versuchen vorliegendem Fall die Relativitätstheorie für den Mitführungskoeffizienten den Wert $\frac{n^2 - 1}{n^2}$ verlangen, während Harreß den Lorentzschen Wert ganz allgemein für den aus der Relativitätstheorie sich ergebenden ansah. Dagegen ist $\frac{n^2 - 1}{n^2} - \frac{\lambda}{n} \frac{dn}{d\lambda}$ nach Hrn. Einstein die bei der Fizeau-schen Versuchsanordnung in Betracht kommende Formel.

Sein Resultat ist jedoch durch ein Versehen entstellt worden, indem er in seiner Formel für die vom Licht zum Durchlaufen des Körpers gebrauchte Zeit an Stelle von $1 - x$ den Mitführungskoeffizienten x selbst gesetzt hat. Auch finden sich in der Abhandlung einige Rechenfehler und einige, wenn auch ziemlich geringfügige Vernachlässigungen.

Hr. Harzer hat in den *Astronomischen Nachrichten*, Bd. 198, S. 377 die Berichtigung der Harreßschen Arbeit vorgenommen und hierbei zugleich die Behandlung der Beobachtungen auf eine theoretisch sicherere Grundlage gestellt. Er findet als Wert des Mitführungskoeffizienten

	für grünes Licht	für rotes Licht
	$0,5802 \pm 0,0020$ (w. F.)	$0,5964 \pm 0,0015$ (w. F.)
während die Formel		

$\frac{n^2 - 1}{n^2}$	liefert	0,5977		0,5952
-----------------------	---------	--------	--	--------

und die Formel

$\frac{n^2 - 1}{n^2} - \frac{\lambda}{n} \frac{dn}{d\lambda}$	liefert	0,6210		0,6120
---	---------	--------	--	--------

Infolge ihrer Veröffentlichung als Inauguraldissertation sind die Harreßschen Versuche nicht so in weiteren Kreisen bekannt geworden, wie sie es wohl verdient hätten, zumal bei einer etwaigen Wiederholung der Versuche die Erfahrungen, die Harreß gemacht hat, mit Nutzen verwendet werden können. Ich folge daher gerne einer Anregung von Hrn. v. Laue und gebe im Nachstehenden einen Auszug besonders des experimentellen Theiles der Inauguraldissertation des so früh ums Leben gekommenen, viel versprechenden jungen Gelehrten.

Frühere erfolgreiche Versuche zur Bestimmung des Mitführungskoeffizienten rühren von Fizeau¹⁾ und von Michelson²⁾ und Morley³⁾ her. Als bewegten Körper benutzten sie Wasser, welches bei ersterem durch eine Röhre von 1,49 m Länge und 5,3 mm lichter Weite mit 7,069 m/sec Geschwindigkeit und bei den letzteren zwei durch eine Röhre von 3—6 m Länge

1) H. Fizeau, *Compt. rend.* 33. S. 349. 1851. *Pogg. Ann. Erg.* 3. S. 457. 1853. *Ann. Chim. Phys.* (3) 57. S. 385. 1859.

2) A. A. Michelson, *Am. Journ. of Sc.* (3) 22. S. 120. 1861.

3) A. A. Michelson u. E. W. Morley, *Am. Journ. of Sc.* (3) 31. S. 377. 1886.

und 28 mm Weite mit 8,72 m/sec Geschwindigkeit floß. Aus Fizeaus Versuchen ergibt sich der Mitführungskoeffizient zu 0,46, Michelson und Morley fanden 0,434, während die theoretischen Werte für Wasser sind

$$1 - \frac{1}{n^2} = 0,438$$

und

$$1 - \frac{1}{n^2} - \frac{\lambda}{n} \frac{dn}{d\lambda} = 0,451.$$

In neuerer Zeit sind auch von Hrn. Zeeman Versuche angestellt worden, welche ein befriedigendes Resultat ergeben haben sollen.

Da die Werte des Mitführungskoeffizienten nach der Fresnelschen und der Lorentzschen Formel für Wasser etwas zu nahe beieinander liegen, als daß mit Sicherheit durch den Versuch entschieden werden könnte, welcher Formel der Vorzug einzuräumen sei, verwandte Harreß als bewegten Körper Glas und zwar ein schweres Barium-Silikat-Kron, Typ O 211 der Firma Schott und Genossen, für welches folgende Werte galten:

$$n_D = 1,57335$$

$$A = \text{Dispersion von } C \text{ bis } F = 0,00998$$

$$\text{Dispersion von } D \text{ bis } F = 0,00705$$

$$v = \frac{n-1}{A} = 57,5$$

$$\text{spez. Gewicht} = 3,21.$$

Für das von Harreß benutzte grüne Licht betrug nach Hrn. Harzers Rechnung, wie schon angegeben,

$$1 - \frac{1}{n^2} = 0,5977 \quad \text{und} \quad 1 - \frac{1}{n^2} - \frac{\lambda}{n} \frac{dn}{d\lambda} = 0,6210,$$

während für rotes Licht sich die beiden Werte 0,5952 und 0,6120 ergaben.

Bei den Versuchen zur Bestimmung des Mitführungskoeffizienten wird der letztere aus der Verschiebung eines Interferenzbildes erhalten und zwar lautet die Formel, welche den Zusammenhang zwischen der zu beobachtenden, in Streifenbreiten ausgedrückten Verschiebung A der Interferenzstreifen und dem Mitführungskoeffizienten x angibt,

$$\Delta = \frac{2 l q n^2 (1 - x)}{\lambda c},$$

wo c die Geschwindigkeit des Lichtes im leeren Raum, q die Geschwindigkeit des bewegten Körpers, n der Brechungsindex der Substanz, l die Länge des im bewegten Körper vom Lichtstrahl zurückgelegten Weges und λ die für den leeren Raum geltende Wellenlänge des bei dem Versuch angewandten Lichtes ist.

Setzt man der Fresnelschen Theorie gemäß $x = 1 - 1/n^2$, so ergibt sich

$$\Delta = \frac{2 l q}{\lambda c}.$$

Nach der Fresnelschen Theorie ist daher die Streifenverschiebung von der Substanz des bewegten Körpers ganz unabhängig, während die Einführung des Lorentzschen Wertes des Mitführungskoeffizienten in die Formel für Δ die Streifenverschiebung von der Substanz des bewegten Körpers in wenn auch nur geringem Maße abhängig zeigt.

Sollte die Streifenverschiebung einen nicht zu geringen Betrag erhalten, so mußte schon die Länge des vom Lichtstrahl durchlaufenen Weges zu etwa 1 m und die Geschwindigkeit q des bewegten Körpers zu etwa 10 m genommen werden; dann wird $\Delta = \frac{r l q}{\lambda c} = 0,11$ Streifenbreiten.

§ 2. Das Prismenpolygon.

Die Form, welche Harreß, von Hrn. Straubels Rat unterstützt, für den Glaskörper wählte, war die eines aus Prismen zusammengesetzten Polygons, wie sie Fig. 1 zeigt. Das Licht wird von der Achse aus in den rotierenden Prismenkranz geworfen, durchläuft ihn unter Reflexion an den äußeren Prismenflächen, das eine Bündel in dieser, das andere in der entgegengesetzten Richtung, und tritt nach der Achse zu aus dem Prismenkranz wieder aus. Wird den beiden Bündeln vor ihrem Eintritt in das Polygon eine Phasendifferenz erteilt, so liefern sie nach ihrem Austritt ein Interferenzbild, welches bei Rotation des Polygons eine Verschiebung erleidet.

Die unentgeltliche Herstellung des kostspieligen optischen und mechanischen Apparates übernahm auf Hrn. Straubels Veranlassung bereitwilligst die Firma Carl Zeiss.

Auf Grund einer Durchrechnung von Polygonen mit 6—16 Seiten fand Harreß, daß sich bei 10 Reflexionen das günstigste Verhältnis zwischen der Länge des Lichtweges, der

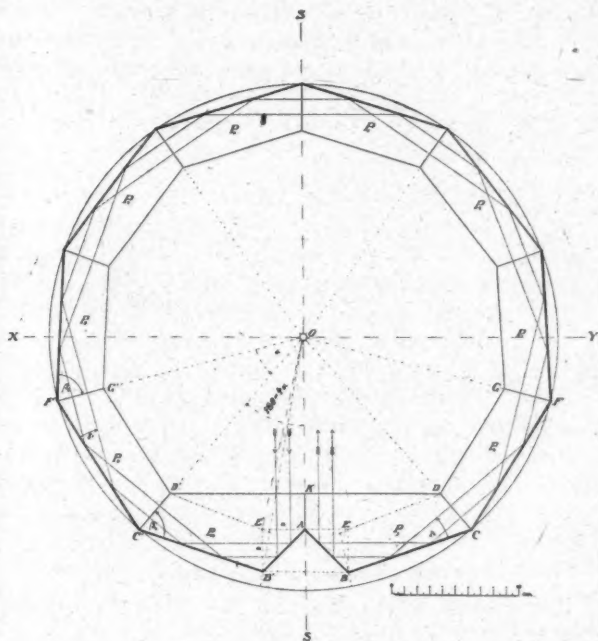


Fig. 1.

Zahl der Reflexionen und der Größe der Reflexionswinkel erreichen ließ, weshalb denn ein 10-seitiges Polygon für den Prismenkranz festgesetzt wurde.

Von den 10 hierzu benötigten Prismen konnten 8 (P_2 bis P_9) von vornherein als gleich angenommen werden, während zwei Körper, P_1 und P_{10} , eine andere Form erhalten mußten, um den Ein- und Austritt des Lichtes zu ermöglichen.

Mit dieser Festsetzung war die Gestalt der Prismen, abgesehen von ihrer Höhe, vollständig bestimmt.

In Fig. 1 mögen folgende Bezeichnungen gelten:

- (1) Winkel $COF = C'OF = \alpha$ (Zentriwinkel eines der 8 gleichen Prismen P_2 bis P_9).
- (2) $AE = AE' = EB = DC = \dots = a$.
- (3) $EC = E'C' = b$.
- (4) $OC = r$ (Radius des dem Polygon umschriebenen Kreises).
- (5) $CF = s_1$ (Länge der Seite eines der 8 gleichen Prismen).
- (6) $CB = s_2$ (Länge der Seiten der beiden Prismen P_1 und P_{10}).

Dann ist:

$$(7) \quad \angle SOC = \angle SOC' = 180^\circ - 4\alpha.$$

Für die Größen a , b und r lassen sich sehr einfach folgende Beziehungen finden:

$$(8) \quad \begin{cases} a = b \cdot \cotg 2\alpha, \\ b = r \cdot \sin 4\alpha - a, \\ r = \frac{a}{2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}. \end{cases}$$

Aus diesen drei Gleichungen ergibt sich α durch die Formel:

$$(9) \quad \frac{\sin^2 \frac{\alpha}{2} (1 + \tg 2\alpha)}{\sin 4\alpha} - \frac{1}{2} = 0.$$

Diese Beziehung ist vollkommen unabhängig vom Radius des umschriebenen Kreises und stellt die Bedingungsgleichung für das gesuchte Polygon dar. Ist aus dieser Gleichung der Winkel α gefunden, so lassen sich dann bei gegebenem Radius r alle Bestimmungsstücke der Prismen berechnen nach den einfachen Formeln:

$$(10) \quad \begin{cases} a = 2r \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2}, \\ s_1 = 2r \cdot \sin \frac{\alpha}{2}, \\ s_2 = \frac{a}{\cos 2\alpha}. \end{cases}$$

Die numerische Auswertung der Bedingungsgleichung (9) ergibt als einzig mögliche Lösung für α den Wert:

$$\alpha = 34^\circ 45' 17'' \cdot 5.$$

Der Radius des umschriebenen Kreises wurde zu

$$r = 200 \text{ mm festgesetzt.}$$

Werden die Dicken der Prismen P_2 bis P_9 mit d_1 die von P_1 und P_{10} mit d_2 bezeichnet, und nennt man die Winkel, unter welchen die Seitenflächen gegen die Reflexionsflächen geneigt sind, β_1 und β_2 , so ergeben sich folgende Größenverhältnisse für die Glaskörper:

In allen Prismen ist: $a = 35,68$ mm.

$$\begin{array}{l|l} \text{8 Prismen:} & s_1 = 119,47 \text{ mm} \\ & d_1 = 34,05 \text{ mm} \\ & \beta_1 = 72^\circ 37' 21,2'' \\ \text{2 Prismen:} & s_2 = 101,93 \text{ mm} \\ & d_2 = 33,42 \text{ mm} \\ & \beta_2 = 69^\circ 30' 35'' \end{array}$$

Die Austrittsflächen wurden quadratisch gewählt, so daß die Prismenhöhe in allen Fällen

$$h = 35,68 \text{ mm betrug.}$$

Die beiden Glaskörper ABE und $AB'E'$ sind rechtwinklige Reflexionsprismen mit der Kantenlänge a . Sie wurden mit den beiden Prismen P_1 und P_{10} zu je einem Stück vereinigt. Um aber dabei die schwer zu bearbeitenden, einspringenden Ecken bei E und E' zu vermeiden, erhielten die beiden Körper die Form $ABCDK$ bezüglich $AB'C'D'K'$. Der dadurch entstehende Massenüberschuß auf einer Seite der Rotationsachse wurde später durch ein entsprechendes Stahlstück auf der entgegengesetzten Seite der Achse ausgeglichen.

Die Reflexionswinkel für symmetrisch durchgehende Strahlen betragen:

$$\begin{array}{ll} \text{in } P_2 \text{ bis } P_9 & \gamma_1 = 17^\circ 22' 38,8'' \\ \text{und in } P_1 \text{ und } P_{10} & \gamma_2 = 20^\circ 29' 25'' \end{array}$$

Alle Reflexionen im Glaskörper sind also Totalreflexionen und alle Eintrittsflächen der Prismen werden vom Licht senkrecht durchsetzt. Der Prismenkranz ist symmetrisch zur Geraden PS , aber nicht zu der dazu Senkrechten XY .

Die Länge des Lichtweges im Glase ist gegeben durch die Formel:

$$(11) \quad \begin{cases} l = 8s_1 \sin \beta_1 + 2s_2 \sin \beta_2 + 2a + 2a \cos (180^\circ - 4\alpha) \\ l = 1228,4 \text{ mm.} \end{cases}$$

Dieser Weg ist für alle Strahlen, welche dem Mittelstrahl parallel verlaufen, genau gleich lang.

Über den zu erwartenden Lichtverlust kann folgende Überschlagsrechnung einen Anhalt geben.

In dem Prismenpolygon findet ein zehnmaler Eintritt und ein zehnmaler Austritt von Luft in Glas und umgekehrt statt. Der infolge der Reflexion auftretende Lichtverlust ist in beiden Fällen gleich groß und zwar bei senkrechter Inzidenz in alle Flächen nach Fresnel gleich

$$\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2$$

so daß beim ersten Übergang von einem Mittel ins andere der Strahl geschwächt wird von der Intensität 1 auf

$$R_1 = 1 - \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2 = 0,955.$$

Beim Austritt aus dem Polygon, nach 20 Übergängen von einem Mittel ins andere, ist die Intensität des Strahles durch die Reflexion geschwächt auf

$$R_{20} = R_1^{20} = 0,399.$$

Zur Bestimmung des Lichtverlustes in der Glasmasse durch Absorption sei das diesbezügliche Resultat H. C. Vogels¹⁾ für das Jenaer Kron O 202 benutzt, der Schmelze, aus welcher das Objektiv des großen Refraktors des Potsdamer Astrophysikalischen Observatoriums hergestellt wurde. Vogel fand für eine Glasdicke von 10 cm und die Wellenlänge $\lambda = 580 \mu\mu$ den Durchlässigkeitsfaktor dieses sehr durchlässigen Glases zu

$$A = 0,872.$$

Unter Annahme dieses Wertes ist die Intensität des Lichtes nach Zurücklegung eines Weges von 1228 mm gleich

$$A_{12,28} = 0,872^{12,28} = 0,186.$$

Demnach würde die Intensität des aus dem Prismenpolygon austretenden Lichtes, wenn man diejenige des eintretenden gleich Eins setzt, betragen

$$J_a = A_{12,28} \cdot R_{20} = 0,074.$$

Nimmt man jedoch an, daß die Ausführung und Justierung der Prismen vollkommen exakt wäre, so würde durch Reflexions-

1) H. C. Vogel, Sitz.-Ber. d. Berl. Akad. 1896. S. 1219.

verlust die Intensität nur auf $R_2 = 0,912$ erniedrigt werden, weil zwischen den einzelnen Prismen keine Luftkeile vorhanden wären, und es würde

$$J_a = 0,17.$$

Über die wirkliche Lagerung der Einzelpismen konnte aber natürlich keine genaue Angabe gemacht werden, so daß man sich mit einer Schätzung von J_a zu etwa 12 Proz. der ursprünglichen Lichtintensität begnügen muß.

§ 3. Der Weg der Strahlenbündel.

Versuche zur Sichtbarmachung der Interferenzstreifen.

Für alle Interferenzanordnungen, bei denen zwei kohärente Lichtbündel einen beliebig langen Weg entgegengesetzt durchlaufen sollen, hat sich das Prinzip des Michelsonschen Interferometers¹⁾ als sehr geeignet erwiesen, und es wurde daher auch für die vorliegende Untersuchung in etwas modifizierter Weise verwandt. An Stelle einer Planparallelplatte zur Trennung des einfallenden Lichtbündels in zwei gleich helle, kohärente Teile wurde ein zerschnittener Würfel $ACBD$, dessen Schnittfläche AB halbdurchlässig versilbert war, benutzt. In Fig. 2 ist das Prismenpolygon der Einfachheit halber fortgelassen und durch zwei rechtwinklig zueinander stehende Spiegel S_1 und S_2 ersetzt, welche in ähnlicher Weise wirken. Darin bedeutet L die punktförmige Lichtquelle, deren Strahlen, durch das Collimatorobjektiv O_1 parallel gemacht, senkrecht in die Würfelfläche AD eintreten. In der Schnittebene wird das einfallende Licht in zwei gleich helle Teilbündel zerlegt, von denen das eine den Würfel durchdringt, während das andere senkrecht nach unten reflektiert wird. Durch das Spiegelpaar wird dieses Bündel zweimal geknickt und tritt hierauf in das Prisma R , welches es in den Würfel zurückwirft. Die Fläche AB läßt sodann das Licht durch die Würfelfläche AC nach oben austreten, wobei infolge der Halbdurchlässigkeit von AB wieder die Hälfte der Intensität verloren geht. Das zweite Lichtbündel nimmt den entgegengesetzten Weg und wird bei seinen zwei

1) A. A. Michelson: Phil. Mag. (5) 13. S. 237. 1882. Am. Journ. of Sc. (3) 39. S. 115. 1890; s. auch: Light waves and their uses. Chicago 1903. Détermination expérimentale de la valeur du mètre etc. Mém. du Bureau internat. des poids et mesures, t. XI. Paris 1894.

Durchgängen durch AB entsprechend geschwächt. Während Michelson zur Justierung seines Interferometers die Fläche AB beweglich angeordnet hat, wurde hier aus technischen Gründen

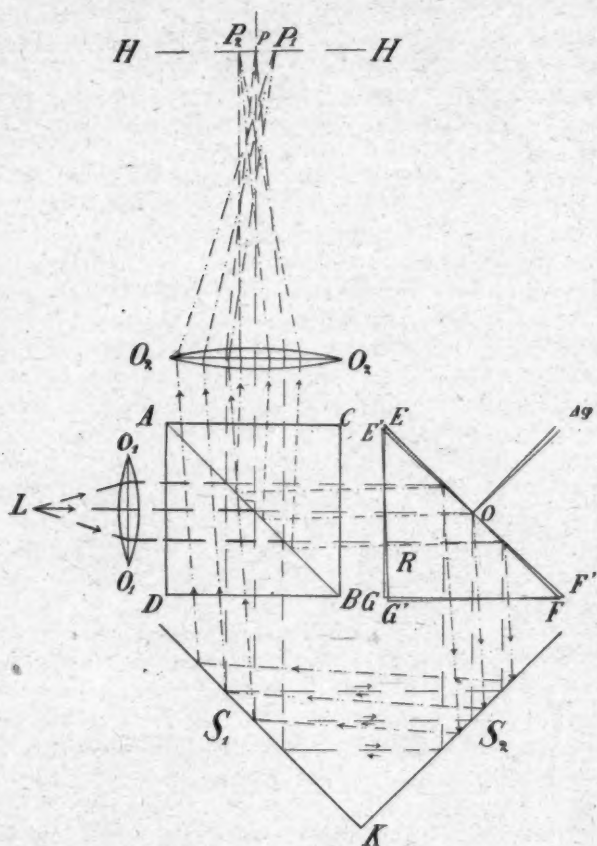


Fig. 2.

das Reflexionsprisma R um den Punkt O nach allen Seiten drehbar gemacht. In der Figur liegt O in der Reflexionsfläche, in Wirklichkeit lag der Punkt ca. 10 mm dahinter. Durch eine Drehung von R werden gleichzeitig beide Strahlenbündel

beeinflußt, während eine Bewegung der Fläche AB nur die Richtung des daran reflektierten Bündels ändert.

Sind nun die optischen Teile so justiert, daß die Flächen AB und EF einander und auch der Schnittkante K der Spiegel S_1 und S_2 parallel sind, so durchlaufen beide Teilbündel vollkommen gleich lange und entgegengesetzte Lichtwege und treten einander parallel nach oben aus dem Würfel aus. In der Brennebene HH des darüber stehenden Objektives O_2 entsteht dann von der Lichtquelle L der Bildpunkt P . Die beiden Strahlenbündel kommen jedoch hier nicht mit der gleichen Phase an, da der eine Teil die durchlässige Silberschicht zweimal durchdringen muß, während der andere ebenso oft an ihr reflektiert wird. Es entsteht so ein konstanter, von der Dicke der Silberschicht allein abhängiger Phasenunterschied zwischen beiden Bündeln. Dreht man nun das Prisma R aus seiner Lage EFG um den Winkel $\Delta\varphi$ in die Lage $E'F'G'$, so werden dadurch beide Teilbündel um $2\Delta\varphi$ nach entgegengesetzten Seiten von ihrer ursprünglichen Richtung abgelenkt. Der Bildpunkt P teilt sich daher in zwei schwächere Punkte P_1 und P_2 , welche nach verschiedenen Seiten von P wandern.¹⁾ Die Lichtwege beider Strahlenbündel werden mit der Drehung von R verschieden lang. Die zwei Bilder P_1 und P_2 von L schwingen aber ständig mit konstanter Phasendifferenz, so daß sie zur Entstehung von Interferenzen Veranlassung geben können.

Bei der ersten Versuchsanordnung waren der Glaswürfel W und das Reflexionsprisma R (Fig. 3) senkrecht über dem horizontal rotierenden Prismenkranz so aufgestellt, daß sie symmetrisch zur Rotationsachse standen und an der Rotation nicht mit teilnahmen. Beide Glaskörper hatten eine gemeinsame Fassung erhalten, welche gestattete, das Prisma R in einem gewissen Bereiche nach allen Seiten mikrometrisch zu verdrehen. Bei horizontalem Lichteinfall wurden also durch diese Vorrichtung zwei kohärente Lichtbündel senkrecht nach unten reflektiert, wobei der gegenseitige Abstand je zweier sich entsprechender Strahlen gleich einer Würfelkante war. Die beiden

1) Der Punkt P_1 , in welchem die Strahlen konvergieren, die die Schnittfläche AB zweimal durchdrungen haben, müßte in Fig. 2 auf der linken Seite von P , dagegen P_2 auf der rechten Seite liegen.

Reflexionsprismen R_1 und R_2 , welche symmetrisch zur Rotationsachse fest mit dem beweglichen Apparat verbunden waren, hatten eine solche Lage, daß die beiden Lichtbündel um 90° geknickt wurden, worauf sie das Prismenpolygon in entgegengesetzter Richtung durchliefen. In der durch Fig. 3 dargestellten Lage des rotierenden Teiles war der Lichtweg beider Bündel folgender:

1. reflektiertes Bündel: L, W (Reflexion), $R_1, P_1, P_2 \dots P_9, P_{10}, R_2, R, W$ (Reflexion), L' ;
2. durchgehendes Bündel: $L, W, R, R_2, P_{10}, P_9, \dots P_2, P_1, R_1, W, L'$.

Die zwei Bündel durchliefen also denselben Weg, aber in entgegengesetzter Richtung. Aus Fig. 1 ist ersichtlich, daß bei parallelem Einfall der beiden Bündel in den Prismenkranz die beiden Lichtwege wohl immer parallel und gleich lang, aber nicht miteinander identisch sind. Dadurch werden allerdings die entstehenden Interferenzstreifen gegen Temperaturschwankungen und Dichteänderungen im Glaskörper empfindlich. Vollkommene Identität der Lichtwege hätte wohl theoretisch erzielt werden können durch die Wahl einer ungeraden Anzahl von Reflexionen im Prismenkranz. Da aber auch hier dieser Vorzug bei einer kleinen Abweichung der Prismen von ihrer berechneten Form oder einem Justierfehler im Polygon verloren gegangen wäre, so wurde von vornherein darauf verzichtet. Setzt man selbst theoretisch fehlerfreie Einzelprismen voraus, so wäre eine etwaige exakte Justierung des ganzen Polygons bei den starken Zugkräften, welche bei schneller Rotation aufzutreten mußten, auf längere Zeit nie aufrecht zu erhalten gewesen.

Nach dem Einsetzen der Prismen in ihre gemeinsame Fassung wurde das ganze Polygon mit Hilfe eines Autokollimationsfernrohres so justiert, daß ein auf der einen Seite senkrecht eintretendes Bündel wieder parallel zu sich austrat. Hiernach wurde der Prismenbehälter mit einer Stahlscheibe fest verschraubt, womit eine starke Pressung der Prismen auf ihre Unterlage verbunden war. War das Einlegen der Glaskörper und deren Justierung genügend sorgfältig vorgenommen worden, so trat mit der Verschraubung des Stahlstückes keine Änderung in der Justierung ein. Ließ man jedoch jetzt die

Maschine längere Zeit mit etwa 1500—2000 Touren pro Minute laufen, so zeigte sich, daß zunächst eine geringe Verlagerung der Prismen eintrat, die aber später völlig konstant blieb. Der hierdurch entstandene Fehler im Polygon wurde dann durch eine Nachjustierung des Prismas R kompensiert.

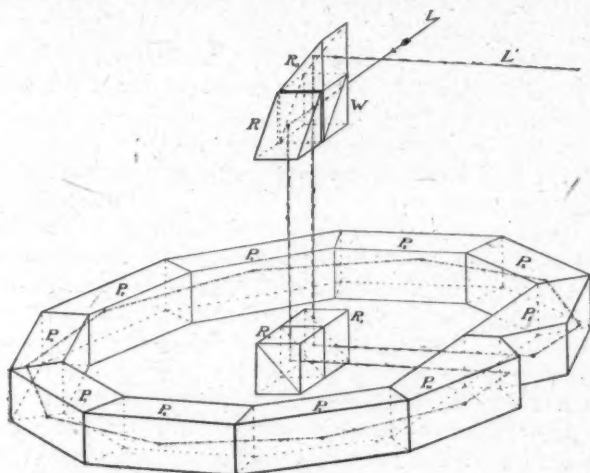


Fig. 3.

Bei den ersten Versuchen diente eine Siedentopfsche Quecksilberbogenlampe¹⁾ als Lichtquelle, welche bei Verwendung von Kaliumbichromatlösung in einer Didymglasküvette als Filter sehr gut monochromatisches Licht lieferte. Eine an der Lampe befestigte Beleuchtungslinse gab schon hinreichend paralleles Licht, so daß ein Kollimator entbehrt werden konnte.

Die Justierung des optischen Apparates wurde zunächst bei Beobachtung mit bloßem Auge so weit gebracht, daß die beiden Lichtbündel annähernd parallel austraten. In dem Fernrohr bei L' (in der Figur fortgelassen) sah man dann zwei gleichhelle, grüne Lichtscheibchen, die beiden Kraterbilder der Hg-Lampe. Bei langsamer Drehung des Prismas R be-

1) Zeitschr. f. Instrumentenkunde 24. S. 22. 1904.

wegten sich die Bilder entgegengesetzt zueinander und verschwanden wegen der kleinen Öffnung des ganzen Apparates schon bei kleinen Verschiebungen von *R* aus dem Gesichtsfeld. Der Parallelismus der austretenden Bündel war erreicht, wenn die Kraterbildchen genau koinzidierten. In diesem Falle traten in dem auf unendlich eingestellten Fernrohr sofort scharfe Interferenzstreifen auf. Kurz vor und nach dem Eintreten der Koinzidenz beider Kraterbildchen konnten noch Systeme von Interferenzstreifen beobachtet werden, welche aber nicht in der Brennebene des Fernrohrobjektives entstanden, sondern wesentlich dahinter lagen. Diese Streifen wurden bei den späteren Untersuchungen fast ausschließlich benutzt, da sie schärfer als das erste System erschienen und auch leichter zu erhalten und in Form und Lage zu ändern waren. Richtung und Breite der Streifen konnte beliebig variiert werden durch Verdrehung des Prismas *R*. Waren sie ziemlich eng, so erschienen sie völlig geradlinig, bei großer Streifenbreite jedoch trat eine ausgeprägt hyperbolische Form der Streifen auf. Außer diesen beschriebenen Interferenzbildern konnte noch eine ganze Anzahl von Streifensystemen gesehen werden, wenn der Okularauszug des Fernrohres langsam vor und zurück geschoben wurde. Bei diesen Interferenzen waren die Breite und Richtung der Streifen ganz verschieden und unabhängig von der Justierung des Prismas *R*. Ihr Ursprung war in den kleinen Luftkeilen zwischen den einzelnen Prismen des Polygons zu suchen.

Die besprochene Justierung gelang nur dann, wenn der rotierende Teil die in der Fig. 3 gezeichnete Lage genau inne hatte oder um 180° dazu verdreht war. Drehte man den Prismenkranz auch nur um Bruchteile eines Grades aus dieser Lage heraus, so änderte sich die gegenseitige Lage der beiden Kraterbildchen und das Streifensystem drehte sich um fast 90° . Aus diesem Grunde war also die Versuchseinrichtung so zu treffen, daß bei Rotation der Maschine nur ganz kurze Lichtblitze den Apparat in dem Augenblick durchlaufen mußten, in welchem der rotierende Teil sich genau in einer der beiden angegebenen Stellungen befand. Daher wurde zuerst eine Stahlscheibe von ca. 55 cm Durchmesser auf die Rotationsachse aufgesetzt und exakt zentriert. An zwei diametral gegenüber-

liegenden Stellen dieser Scheibe, die zugleich als Deckel für den Prismenbehälter diente, wurde sie mit zwei ganz engen Blenden versehen, welche in einem kleinen Bereiche verschiebbar angeordnet waren, um sie genau in die richtige Lage bringen zu können. Das Licht, durch eine Sammellinse zu einem Punkte in der Blendenebene konzentriert, wurde von unten durch die Blendenöffnungen senkrecht nach oben gesandt, dann wieder parallel gemacht und horizontal in den Apparat reflektiert. Die Versuche zeigten aber, daß hierbei die Öffnungen der Blenden sehr klein sein mußten, um eine genügende Bildruhe bei rotierendem Apparat zu erzielen. Damit war aber eine sehr erhebliche Lichtschwächung verbunden, so daß schon bei ganz niedrigen Tourenzahlen (ca. 100 pro Minute) die Bildhelligkeit so gering wurde, daß die Interferenzstreifen nicht mehr erkannt werden konnten. Da das Interferenzbild auch in weißem Licht sichtbar blieb, wurde die Hg-Lampe durch eine Gleichstrombogenlampe ersetzt, jedoch mit demselben negativen Resultat.

Um nun diese Blenden ganz entbehren zu können und eine größere Lichthelligkeit zu erzielen, kam bei derselben Anordnung die Beleuchtung mit Hilfe elektrischer Entladungsfunken in Frage. Wenn es gelang, starke elektrische Funken so zu erzeugen, daß sie entweder synchron mit der Tourenzahl der Maschine oder auch in einem rationalen Verhältnis dazu auftraten, so mußte immer bei einer ganz bestimmten Stellung des Prismenkranzes nach einem oder mehreren Umläufen ein Funke auftreten. Da bei der sehr kurzen Dauer der elektrischen Entladungen die Eigenbewegung der Maschine während dieser nicht in Frage kam, so mußten dann die Interferenzen in gleichen Zeitintervallen aufblitzen und völlig unbeweglich erscheinen.

Für diese Versuche wurde ein 40 cm Funkeninduktor benutzt, welcher mit Elektroden aus Kadmium oder Zink äußerst helles und auch für den vorliegenden Zweck sehr geeignetes Licht lieferte. Zunächst wurde mit einem gewöhnlichen Hammer- und Quecksilberunterbrecher versucht, ein rationales Verhältnis zwischen Funkenfolge und Tourenzahl herzustellen. Das Experiment lehrte jedoch, daß ein derartiges Zusammenarbeiten beider Apparate nur für sehr kurze Zeit aufrecht erhalten

werden konnte. — Das Streifensystem blitzte dann in regelmäßigen Zwischenräumen auf und erschien unbeweglich. Aber schon bei der kleinsten Störung im Gang eines Apparates begannen die Streifen unruhig zu werden und zuckten schließlich ganz unregelmäßig hin und her. Deshalb wurde direkt auf die Achse des rotierenden Teiles eine Unterbrecherscheibe aufgesetzt, um Synchronismus zwischen der Zahl der Funken und den Umdrehungen zu erhalten. Das Eintreten dieses Zustandes war schon äußerlich dadurch zu erkennen, daß dann die laufende Maschine vollkommen still zu stehen schien, wenn sie bei verdunkeltem Zimmer mit dem Funkenlicht beleuchtet wurde, während sie bei irgendeiner Unregelmäßigkeit in der Unterbrechung scheinbar den Sinn ihrer Drehung ständig wechselte. Die Bildunruhe war jetzt sehr stark verringert, so daß zeitweise die Streifen fast eine halbe Minute lang unbeweglich erschienen. Dann aber trat auch hier das oben beschriebene Zucken der Streifen auf und war bei Schwankungen in der Tourenzahl des Antriebsmotors besonders stark. Ein absolut sicheres Arbeiten des Unterbrechers war auch bei dessen sorgfältigster Reinhaltung nie zu erzielen, so daß auch diese Versuche ohne nennenswerten Erfolg blieben.

§ 4. Die definitive Form des Interferometers.

Um die bei der ersten Anordnung des optischen Apparates aufgetretene Bildunruhe unschädlich zu machen, wurde jetzt der Glaswürfel W samt dem Reflexionsprisma R mit dem rotierenden Teile fest verbunden, so daß sie an der Rotation desselben teilnahmen. (Fig. 4.) Da bei großen Umlaufgeschwindigkeiten zu befürchten war, daß sich infolge der auftretenden sehr starken radialen Zugkräfte die empfindliche Justierung dieser Prismen ändern würde, so wurden die vier Glaskörper W , R , R_1 , R_2 zu einem einzigen, soliden Stück vereinigt und in einer sehr starken Rotgußfassung auf die Rotationsachse der Maschine verschraubt. Zur Justierung dieses Mittelstückes war vorgesehen, daß es etwas gedreht und nach allen Seiten gekippt werden konnte.

Bei den vorausgegangenen Versuchen hatten sich ferner die Reflexionsbilder, welche von den Ein- und Austrittsflächen der einzelnen Prismen herrührten, als sehr störend erwiesen,

weshalb bei der neuen Anordnung alle in Frage kommenden Flächen so abgeschrägt wurden, daß die Reflexionsbilder aus dem Gesichtsfeld des Beobachtungsfernrohres herausfallen mußten. Das Mittelstück bekam deshalb die in Fig. 4 gezeichnete Form, wobei der Deutlichkeit halber alle mechanischen Teile fortgelassen sind. Der Winkel, um welchen alle Flächen abgeschrägt wurden, betrug ca. 6° . Der ganze Glaskörper bestand also aus den Einzelteilen ABC , $ACDE$, $CDFG$ und LMN , welche Trennung zur möglichst leichten technischen

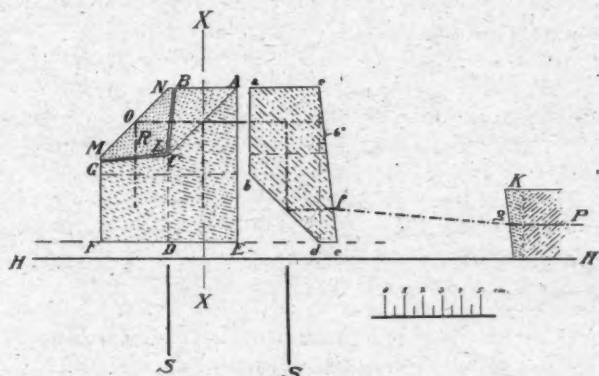


Fig. 4.

Herstellung der Stücke gewählt worden war. Die drei ersten Glaskörper wurden durch Zusammenkitten zu einem einzigen Stück vereinigt, welches die halbdurchlässige Silberschicht bei AC enthielt. Der einzige bewegliche Teil war das Reflexionsprisma R , dessen Winkel bei M und N 39° betrugen. R war drehbar um einen Punkt, der ca. 10 mm hinter der reflektierenden Fläche bei O lag, angeordnet, wobei die Justierung und Klemmung durch fünf Mikrometerschrauben erfolgen konnte.

Um den Strahlengang zwischen Mittelstück und Prismenpolygon sichtbar zu machen, ist in Fig. 4 rechts noch ein Schnitt durch den Körper bei XX um 90° gedreht gezeichnet.

Durch die Brechung in dem Glaskeile cde mit der Kante in c verlief das Licht auf dem Luftwege fg schräg nach unten und wurde dann durch die entsprechenden Keile K , welche

mit den Kanten nach unten auf die Eintrittsstelle des Prismenpolygons gekittet waren, wieder horizontal gemacht. Um die volle Öffnung des Apparates ausnützen zu können, mußte das Mittelstück um einige Millimeter über der Fläche $H\bar{H}$, auf welcher der Prismenkranz ruhte, erhöht angeordnet werden. Die Richtung und Lage der Rotationsachse des Apparates ist in Fig. 4 durch die Striche S bezeichnet.

Der Justiervorgang war bei dieser Anordnung naturgemäß genau derselbe wie vorher. Schon die ersten Versuche zeigten,

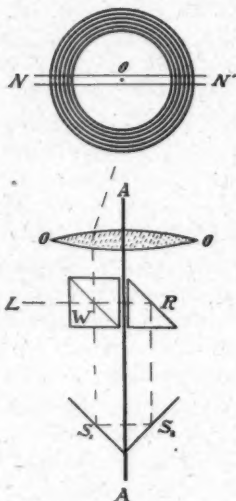


Fig. 5.

daß jetzt die Verdrehung des Streifensystems in der oben beschriebenen Art verschwunden war. Die Interferenzen waren jetzt auch bei kontinuierlichem Lichte selbst bei Tourenzahlen von 1500 und mehr Umdrehungen pro Minute sichtbar. Als Lichtquelle wurde von nun ab ausschließlich eine 20 Amp. Gleichstrombogenlampe angewandt. Für Justierzwecke war die Siedentopfsche Hg-Lampe wohl noch sehr gut zu verwenden, bei rotierendem Apparat erwies sie sich jedoch auch bei voller Öffnung der Prismen als viel zu lichtschwach.

Zum Verständnis der Lageränderung des Streifensystems bei einer Drehung des Prismenpolygons diene Fig. 5, in welcher das Prismenpolygon wieder durch die beiden recht-

winklig zueinander stehenden Spiegel S_1 und S_2 ersetzt ist. Die Rotationsachse des Apparates sei AA . Zunächst soll angenommen werden, daß der ganze optische Apparat nebst Bogenlampe und Objektiv O sich als Ganzes drehe. Dann ist ohne weiteres klar, daß sich für einen ruhenden Beobachter das von O entworfene reelle Streifensystem synchron mit der Maschine um die Achse AA in einem Kreise drehen muß. Der Radius dieses Kreises ist bestimmt durch den scheinbaren Abstand der Interferenzstreifen von der Achse und durch die Lage und Brennweite des Objektives O . Sieht man jetzt das Objektiv

als ruhend an, so wird an der Erscheinung nichts geändert, denn die Strahlen durchdringen dann bei einer Umdrehung des Apparates verschiedene Teile desselben, was aber bei richtiger Justierung für den Bildort keine Änderung bedingt. Stehen die Interferenzstreifen senkrecht auf dem Radius des Kreises und sind sie genügend kurz, so muß also der Beobachter im ruhenden Fernrohr ein System von konzentrischen Kreisen bei Rotation der Maschine sehen (in der Fig. 5 um 90° gekippt gezeichnet). Große Streifenlänge und eine andere Orientierung derselben wird die Erscheinung verwaschen oder gar nicht erkennen lassen.

Nimmt man jetzt auch die Lichtquelle als ruhend an, so wird nur dann Licht zum Beobachter gelangen können, wenn der Prismenkranz die in der Figur gezeichnete Lage inne hat. Dreht man nun den Apparat um einen ganz kleinen Winkel aus dieser theoretischen Stellung heraus, so wird das einfallende Lichtbündel sehr stark zur Seite abgelenkt und damit bei der geringen Öffnung der Prismen ein großer Teil abgeblendet. Gleichzeitig bewegt sich aber auch das Bild der Interferenzen um eine kleine Strecke, welche von der Drehung des ganzen Apparates und von der damit verbundenen Änderung des Einfallswinkels des Lichtes abhängt. Die Bewegung erfolgt aber relativ langsam und ist sehr gering, denn schon eine Verdrehung der Maschine um $10-15'$ nach beiden Seiten von der theoretisch richtigen Lage genügte, um das Bild verschwinden zu lassen, wobei die Bildhelligkeit von Null bis zu einem Maximum anwuchs und wieder auf Null zurücksank. Die Bewegung des Lichtmaximums erfolgte gleichsinnig mit derjenigen des Interferenzbildes, aber sehr viele Male schneller. Dem Beobachter erschien daher bei Rotation der Maschine das Interferenzbild scheinbar still zu stehen, während bei jeder Umdrehung ein Lichtblitz darüber hinweghuschte. (Stroboskop.) Diese Erscheinung ähnelt derjenigen, welche man bei einem fahrenden Eisenbahnzuge beobachten kann. Bei ruhendem Auge sind Einzelheiten der vorüberfahrenden Lokomotive nicht zu erkennen, folgt jedoch das Auge sehr schnell der Bewegung einzelner Teile, so scheinen diese stillzustehen.

Bei dieser Beobachtung der Streifen hängt deren Sichtbarkeit nicht von ihrer Orientierung, Form und Breite ab wie

vorher. Man sieht allerdings das gesamte Streifensystem nicht momentan als Ganzes aufleuchten, wie dies bei der Beobachtung mit Funkenlicht der Fall ist, sondern es werden verschiedene Teile des Interferenzbildes nacheinander sichtbar, wobei diese etwas verschiedene Lagen zueinander einnehmen. Wenn jedoch die Beleuchtungsdauer kurz genug ist, wird die hieraus folgende Unschärfe des Bildes unmerklich werden. Beifolgende kleine Tabelle zeigt, daß die Meßgenauigkeit von Photogrammen, welche bei ruhendem und bewegtem Apparat aufgenommen sind, nur wenig voneinander abweichen. Die angegebenen Streifenbreiten sind abgeleitet aus fünf Messungen von je fünf Interferenzstreifen nach der Formel $b = \frac{(l_1 + l_2) - (l_4 + l_5)}{6}$, wo $l_1, l_2 \dots$ die Einstellungen auf die Streifen bedeuten.¹⁾

Apparat in Ruhe (Exposit.-Zeit ca. 1 Sek.)			Apparat in Bewegung (Exposit.-Zeit ca. 5 Min.)		
Platte	Aufnahme	Streifenbreite in mm	Aufnahme	Touren pro Min.	Streifenbreite in mm
70	2	0,1874	1	567	0,1869
	4	0,1878	3	527	0,1880
	6	0,1849	5	546	0,1877
	8	0,1875	7	525	0,1903
	10	0,1865	9	527	0,1885
	12	0,1865	11	485	0,1895
	14	0,1880	13	510	0,1890
	16	0,1874	15	278	0,1884
71	2	0,1876	1	300	0,1856
	4	0,1865	3	297	0,1879
	6	0,1861	5	441	0,1919
	8	0,1859	7	600	0,1845
Mittel:		0,1868	Mittel:		0,1882
		$\pm 0,0003$ (m. F.)			$\pm 0,0019$ (m. F.)
		($\pm 0,2\%$)			($\pm 1\%$)
Gesamtmittel:		0,1875 $\pm 0,0007$ (m. F.)			
		($\pm 0,4\%$)			

Der größere mittlere Fehler bei den in Bewegung erhaltenen Aufnahmen rührt zum Teil von der besprochenen Unschärfe des Bildes her, außerdem wirken aber noch Ungleich-

1) Besser wäre die auf den Regeln der Ausgleichsrechnung beruhende Formel $b = \frac{2(l_2 - l_1) + (l_4 - l_5)}{10}$ zur Anwendung gekommen.

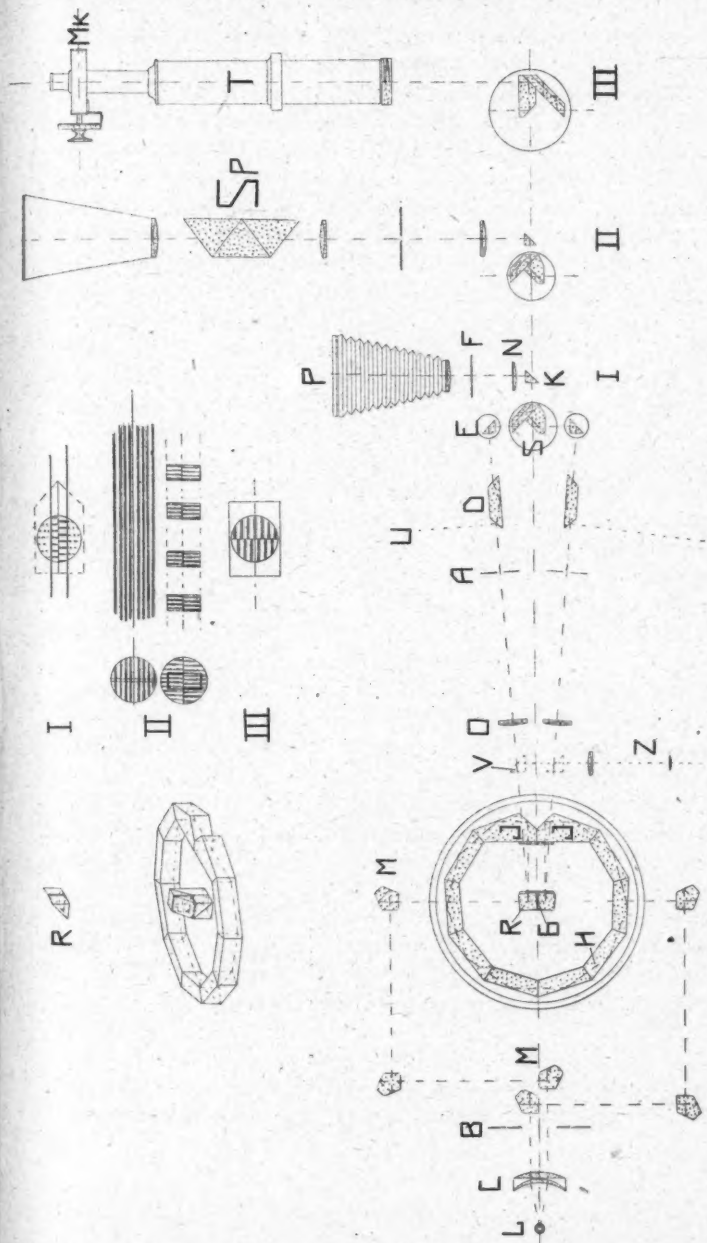
förmigkeit in der Tourenzahl, Luftunruhe und Erschütterungen des Apparates verschlechternd auf die Bilder. Die Meßgenauigkeit ist jedenfalls noch genügend und es kann durch mehrfaches Ausmessen eine noch größere Sicherheit des Resultates erhalten werden. Die Verbreiterung der Streifen bei rotierendem Apparat liegt noch innerhalb des mittleren Fehlers.

Das diskontinuierliche Aufblitzen des Streifensystems bei geringen Umlaufzahlen der Maschine war für die visuelle Messung der Interferenzen äußerst störend, es verschwand aber schon bei 400—600 Touren pro Minute, so daß dann das Bild einen vollkommen kontinuierlichen Eindruck machte. Wie aus Fig. 5 ersichtlich ist, müssen sich Verschiebungen des Streifensystems durch Weiter- oder Engerwerden der konzentrischen Kreise kenntlich machen. Durch geeignete Prismenkombinationen wurden nun zur Beobachtung dieser Erscheinung zwei diametral gegenüberliegende Teile dieser Kreise herausgeschnitten und so übereinander projiziert, daß sie nur durch eine feine, ganz scharfe Grenzlinie getrennt erschienen. Auf diese Weise konnten einmal direkt die doppelten Streifenverschiebungen gemessen, ferner aber auch die Einzelverschiebungen der beiden Gesichtsfeldhälften an geeigneten Meßmarken kontrolliert werden. Die Meßmethode ähnelt derjenigen, wie sie bei den Koinzidenz-Telemetern¹⁾ der Firma Zeiss Anwendung gefunden hat. Die Anordnung der optischen Teile ist aus Fig. 6 zu ersehen, worin aber die Größenverhältnisse der Deutlichkeit halber nicht richtig zur Darstellung gekommen sind.

L bedeutet die Lichtquelle, eine 20 Amp.-Gleichstrombogenlampe, deren Strahlen durch den Kondensor *C* parallel gemacht und durch die viereckige Blende *B* auf die nutzbare Größe abgegrenzt wurden. Das parallele Lichtbündel wurde nun durch die beiden Pentagonalprismen *M* in zwei gleiche Teile zerlegt, welche nach entgegengesetzten Seiten um je 90° abgelenkt wurden. Je zwei weitere Prismen derselben Form waren so angeordnet, daß die beiden Lichtbündel aus zwei um 180° voneinander abstehenden Richtungen in den Prismenkranz eintreten konnten. Bei dieser Anordnung waren Pentagonal-

1) Eingetragenes Pat. Nr. 16 283, Kl. 42. 1903. D. R. P. Nr. 175 900, Kl. 42. 1905. Dtsch. Mechan.-Zeitung S. 61. 1907.

prismen gewöhnlichen rechtwinkligen Prismen vorzuziehen, da bei jenen die Ablenkung um 90° von ihrer Orientierung völlig unabhängig ist und so die Justierung außerordentlich erleichtert wurde. In der in Fig. 6 dargestellten Lage der Maschine trat also das Licht von M kommend in das Mittelstück G des rotierenden Teiles ein, wurde hier in zwei kohärente Bündel zerlegt, welche das Polygon J, H in entgegengesetztem Sinne durchliefen, und trat dann durch das Mittelstück wieder nach oben aus, nachdem beide Bündel wieder vereinigt waren. Das über der Maschine befestigte, ruhende Prisma R warf dann das Licht horizontal nach vorn in den Beobachtungsapparat. Bei einer Drehung der Maschine um 180° konnte das Licht von der entgegengesetzten Seite eintreten und durchlief denselben Weg. So konnten also die Interferenzstreifen in zwei um 180° voneinander abstehenden Lagen der Maschine beobachtet werden. Diese beiden Bilder, welche also im Abstand von je einer halben Umdrehung des Prismenkranzes nacheinander aufblitzten, waren nun so übereinander zu bringen, daß sie möglichst genau ausgemessen werden konnten. Zu diesem Zweck bestand der optische Apparat von R an aus zwei völlig gleichen, symmetrisch angeordneten Teilen, durch welche die Interferenzbilder durch zwei getrennte Objektive entworfen wurden. In der gezeichneten Stellung des Prismenkranzes mußte also hinter dem Brennpunkte des astronomischen Fernrohrobjektives O (relat. Öffnung $1:10$, $f = 607$ mm) ein reelles Interferenzbild entstehen. In das konvergente Strahlenbündel hinter dem Objektiv waren noch die Irisblende A und das Aufrichtepisma D eingeschaltet. Die Irisblende diente zum Abfangen von Reflexionsbildern und des störenden Nebenlichtes. Das Dovesche Prisma D , welches drehbar angeordnet war, wurde benutzt, um den Interferenzstreifen ein beliebiges Azimut geben zu können. Wegen der in diesen Prismen auftretenden starken Lichtbrechung liefern sie eigentlich nur scharfe Bilder, wenn sie sich im parallelen Strahlengang befinden. Dies war jedoch wegen der schwierigen Justierung des letzten Teiles der Anordnung nicht angängig, auch zeigte sich kaum eine merkliche Bildverschlechterung, wenn das Prisma erst vor das Objektiv, dann dahinter in das schwach konvergente Bündel gesetzt wurde. Das Reflexionsprisma E warf dann das Licht



bündel so in das Koinzidenzprisma S , daß das reelle Interferenzbild in die Einstellebene derselben zu liegen kam. Dieses Prisma hatte die Form der Okularprismen, wie sie in Koinzidenztelemetern Verwendung finden. Im Prinzip entsprechen sie zwei übereinander stehenden, gekreuzten Spiegeln, durch welche zwei aus entgegengesetzten Richtungen kommende Lichtbündel so abgelenkt werden, daß sie parallel austreten. Die bei derartigen Spiegelkonstruktionen störend auftretende, sehr starke Trennungslinie zwischen den beiden Gesichtsfeldhälften ist bei den Koinzidenzprismen dadurch vermieden, daß die Spiegel durch zwei miteinander verkittete Prismen ersetzt sind, welche den Lichtbündeln nach einer oder mehreren Reflexionen die gewünschte Richtung erteilen. Die Kittfläche ist zur Hälfte versilbert und trennt so das Gesichtsfeld in zwei Teile. Die Trennungslinie wird von der sehr scharfen Grenze der Silberschicht gebildet. In geeigneter Weise an den Prismen angebrachte Dächer können noch zur Umkehrung der einzelnen Bilder dienen.

Auf diese Weise war es also möglich, beliebige Stellen der beiden Interferenzbilder zur Koinzidenz zu bringen und zwar so, daß die beiden Bildfeldhälften durch eine feine, scharfe Linie getrennt erschienen, auf welcher die Interferenzstreifen senkrecht standen. Bei irgendeiner Verschiebung der Streifensysteme mußten sich dann die beiden Bildhälften entgegengesetzt bewegen, so daß mit Hilfe einer geeigneten Meßvorrichtung (Kompensationseinrichtung oder Meßmikroskop) direkt der doppelte Betrag der Streifenverschiebung bestimmt werden konnte. In dem in Anordnung I und II gezeichneten Koinzidenzprisma lag die Trennungslinie der Bilder horizontal, aber gegen den Beobachter schräg nach hinten geneigt, so daß es nicht möglich war, sie gleichzeitig in ihrer ganzen Länge scharf zu sehen. Da diese Neigung jedoch nicht allzu stark war, konnten noch drei bis vier Interferenzstreifen links und rechts von der senkrecht zur Trennungslinie eingerissenen Meßmarke gleichzeitig mit dieser scharf eingestellt werden. Die dritte Beobachtungsanordnung bringt ein anderes Koinzidenzprisma mit vertikaler Trennungslinie zur Darstellung. Hierbei konnte man wohl auf die Linie in ihrer ganzen Ausdehnung gleichzeitig fokussieren, die Interferenzfransen erschienen aber nur

ganz in ihrer Nähe links und rechts scharf. Beide Methoden ließen die gleiche Meßgenauigkeit zu.

Die einzelnen Teile des ganzen Beobachtungsapparates waren justierbar auf optische Bänke montiert, welche auf einem in Höhe verstellbaren, eisernen Projektionstisch festgeklemt wurden. Die drei Prismen *E* und *S* befanden sich zur leichteren Justierung auf kleinen, dreh- und verstellbaren Tischchen. Zum Schutz gegen Nebenlicht wurde diese ganze Einrichtung mit einem lichtdichten Kasten bedeckt. Davon ganz unabhängig waren die beiden Prismen *R* auf einem sehr festen, eisernen Dreifußgestell mit langem, horizontalem Arme befestigt, welches neben der Maschine auf dem Fußboden stand.

Justierung.

Bei der Justierung der ganzen Einrichtung wurde stets mit den der Lichtquelle zunächst liegenden Teilen begonnen und im Sinne der Lichtbewegung fortgeschritten. Ein ausgespannter Faden, welcher die Rotationsachse der Maschine in ihrer Verlängerung genau schnitt, markierte die Mittellinie der ganzen optischen Anordnung, so daß jetzt die einzelnen Teile roh eingestellt werden konnten. Dann nahm man das Mittelstück *G* des rotierenden Teiles aus dem Prismenbehälter heraus und stellte die Beleuchtungsprismen *M* so ein, daß die beiden Lichtbündel, aus entgegengesetzten Seiten kommend, zentral die Rotationsachse schnitten. Die richtige Lage der Prismen war leicht zu prüfen, wenn zwischen Kondensor *C* und der Blende *B* eine gute plane Glasplatte so aufgestellt wurde, daß sie die beiden Lichtbündel, nachdem jedes derselben alle sechs Pentagonalprismen in entgegengesetztem Sinne durchlaufen hatte, in ein Fernrohr reflektierte. In diesem waren zwei Kraterbildchen der Bogenlampe sichtbar, wenn beide Lichtbündel nicht genau parallel-einfielen; koinzidierten beide Kraterbildchen, so war dies als Zeichen für die richtige Justierung der Beleuchtungsprismen anzusehen. Die nun folgende Justierung des rotierenden Teiles erfolgte nach Einschrauben von *G* in der schon beschriebenen Weise. Dazu wurde mit Vorteil das Fernrohr *Z* mit dem vorklappbaren Prisma *V* angewandt, so daß durch diese Justierung keine Änderung im übrigen optischen Apparat getroffen zu werden

brauchte. Mit Hilfe eines Theodoliten legte man dann die Symmetrielinie der beiden Hälften des Apparates optisch genau fest, horizontalisierte die beiden Prismen R und drehte sie um gleiche Winkel nach beiden Seiten von der Symmetrielinie unter Benutzung eines senkrecht dazu stehenden Millimetermaßstabes (Poggendorfsche Spiegelablesung). Bei richtiger Stellung der Maschine mußten dann die beiden von R kommenden Strahlenbündel horizontal verlaufen. Durch deren Richtungen waren ohne weiteres die Lagen der beiden optischen Bänke OE gegeben. Die zwei Objektive O wurden gleichweit von R entfernt festgeklemmt und die Irisblenden in deren Brennebenen befestigt.

Der schwierigste Teil der ganzen Justierung bestand nun in der Aufstellung der Prismen D , E und S . Die drei Prismen E und S wurden zunächst so eingestellt, daß die Austrittspupillen der beiden Hälften des optischen Apparates zusammenfielen. Dann verschob man diese Prismen gleichzeitig, bis die beiden reellen Interferenzbilder in die Ebene der Meßmarke des Koinzidenzprismas zu liegen kamen, was eventuell durch seitliches Verschieben derselben erreicht werden konnte. Dabei war es praktisch, die Maschine schnell laufen zu lassen, so daß zwei, scheinbar kontinuierliche Bilder beobachtet werden konnten. Erschienen nun Interferenzen und Trennungslinie gleichzeitig scharf, so wurden jene mit Hilfe der Prismen D soweit gedreht, daß sie genau senkrecht zur Trennungslinie der beiden Gesichtsfeldhälften standen. Bei richtiger Justierung aller Teile sah man also dann im Beobachtungsinstrument abwechselnd zu beiden Seiten der Trennungslinie zwei halbkreisförmige Bilder aufblitzen, in denen die Interferenzen erschienen. Bei größeren Umlaufgeschwindigkeiten des Apparates bot das Gesichtsfeld einen Anblick, wie er in Fig. 6 III dargestellt ist.

Obgleich diese Anordnung derjenigen eines Koinzidenztelemeters ähnelt, kam bei diesen Messungen nicht das Koinzidenz-, sondern das Invertprinzip¹⁾ in Anwendung. Bei einer Drehung der Maschine um 180° erschien nämlich das zweite Interferenzbild ebenfalls um 180° zum ersten verdreht; da nun beide Bilder in den zwei Teilen des Beobachtungsapparates

1) Eingetragenes Pat. Nr. 1462, Kl. 42. 1903.

je die gleiche Anzahl von Drehungen erfuhren, mußten sie sich schließlich im Koinzidenzprisma die gleichen Seiten zuwenden. Waren die Interferenzstreifen einander nicht parallel, so erschien demnach die eine Gesichtsfeldhälfte als Spiegelbild der andern, während bei parallelen Streifen auf den Unterschied zwischen Koinzidenz- und Invertanordnung nur aus den Bewegungen beider Hälften zu schließen war. Da man mit Hilfe der beiden Doveschen Prismen *D* beide Bilder getrennt beliebig verdrehen konnte, waren die Messungen der Streifenverschiebungen in verschiedenen Variationen möglich (beide Hälften sich gleichzeitig oder entgegengesetzt bewegend). Bei der Beobachtung der Interferenzen war noch darauf zu achten, daß der positive Kohlekrater der Bogenlampe stets in gleicher Höhe blieb, so daß die Siemens-Schuckertlampe, obgleich sie eigentlich mit festem Lichtpunkt brennen sollte, von Zeit zu Zeit etwas nachreguliert werden mußte. Etwaige Änderungen in der Beleuchtung konnten auch während photographischer Aufnahmen mit langer Expositionszeit (8—12 Min.) leicht kontrolliert werden, ohne daß am Apparat selbst etwas zu ändern war. Denn einmal waren durch Vorschlagen des Prismas *V* die Interferenzen zu beobachten, wodurch aber die Exposition unterbrochen werden mußte, dann aber boten die an den schrägen Flächen der Prismen *D* reflektierten Lichtbündel *U* ein bequemes Mittel, die Streifen auch während photographischer Aufnahmen zu sehen. Passend aufgestellte Lupen ließen also stets die richtige Stellung der Bogenlampe erkennen oder eventuell korrigieren.

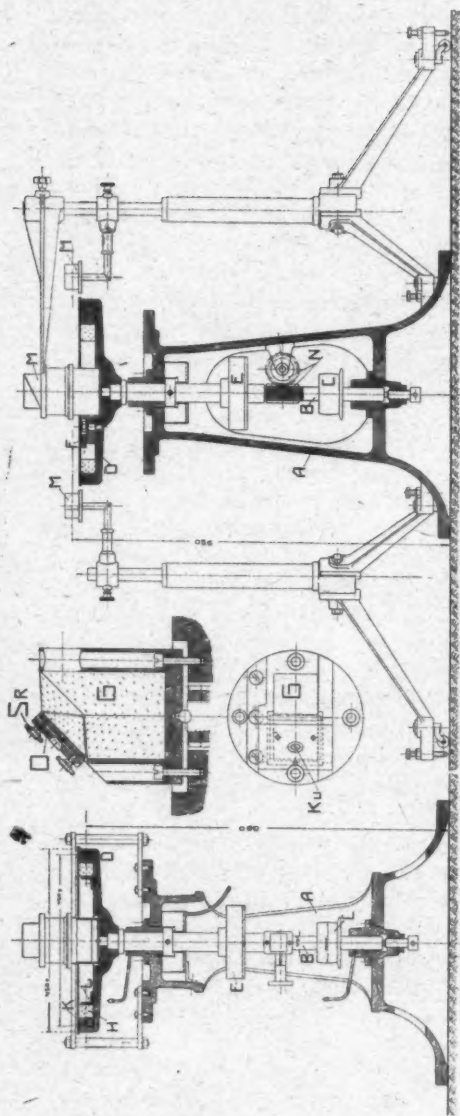
§ 5. Der Rotationsapparat.

(Tafel I und II.)

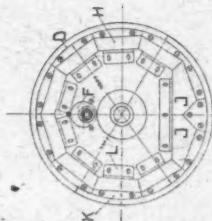
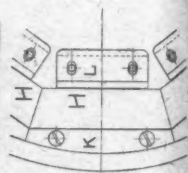
Alle mechanischen Teile des Apparates wurden ebenso wie die gesamte Optik in den Zeisswerken zu Jena ausgeführt. Die sachgemäße Konstruktion und Berechnung der Maschine hatte Herr M. Berger übernommen, dessen technische Ratschläge und ständige freundliche Unterstützung auch sonst der Untersuchung sehr zustatten kamen.

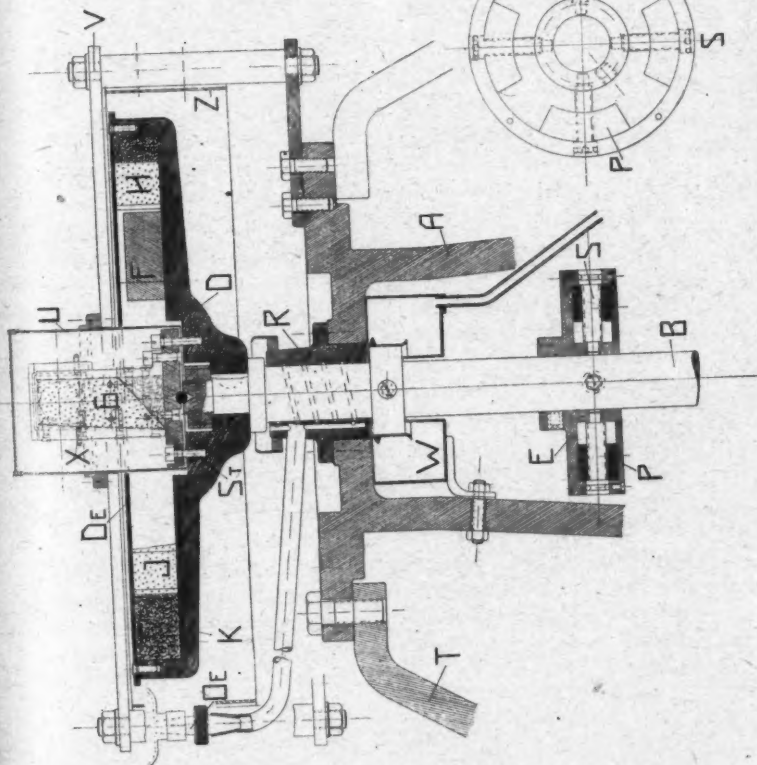
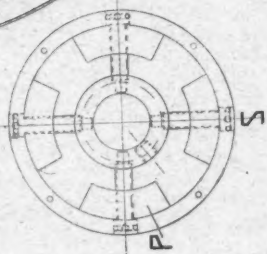
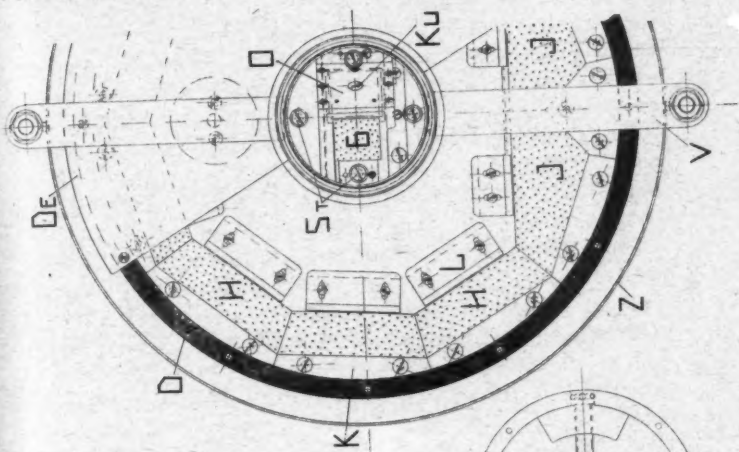
Bei der Konstruktion der Maschine war zunächst maßgebend, daß sie mit Sicherheit noch 3000 Touren pro Minute in beiden Umdrehungsrichtungen laufen sollte. Wegen des großen Gewichtes der rotierenden Teile und der damit verbundenen

APPARAT FÜR VERSÜCHE ÜBER DEN FRESNELSCHEN LEITUNGSKOEFFIZIENTEN



- A — GESTELL
- B — WELLE
- C — REFRAKTORE
- D — ORIENTIRER
- E — SCHWUNGSCHNITT
- F — GEGENWICHT
- G — EINFALLSPRISME
- H — PRISME
- I — PRISME
- J — PRISME
- K — PRISME
- L — PRISME
- M — PRISME
- N — PRISME
- O — PRISME
- P — PRISME
- Q — PRISME
- R — PRISME
- S — PRISME
- T — PRISME
- U — PRISME
- V — PRISME
- W — PRISME
- X — PRISME
- Y — PRISME
- Z — PRISME
- SR — PRISME
- Ku — PRISME





Tafel II. (Maßstab 1:5.)

Gefahr ihres Zerspringens bei hohen Geschwindigkeiten wurde nur das beste Material verwandt und alle Teile völlig präzise gearbeitet. Die Achse wurde als vertikal laufend festgesetzt, weil einmal ein passendes Gußgestell für die Maschine vorhanden war, dann aber schien eine solche Anordnung auch noch Vorteile in bezug auf Stabilität der Achse während des Betriebs zu gewähren. Als Antrieb kam nur Riemenübertragung in Frage, da die direkte Kupplung der Maschine mit einem Vertikalmotor kompliziert geworden wäre und sich auch ein Motor mit genügender Regulierfähigkeit nicht in passender Form beschaffen ließ. Konstruktionseinzelheiten sind bei der Beschreibung der betreffenden Maschinenteile erwähnt oder aus den beiden Tafeln zu ersehen.

1. Das Gestell A.

Dasselbe bestand aus Gußeisen und hatte eine Höhe von ca. 750 mm. Die obere und untere Seite waren plan gefräst. Der runde, breite Fuß (Durchmesser ca. 70 cm) besaß vier Löcher zum Befestigen der Maschine am Aufstellungsort. Da sich im Lauf der Versuche das Gestell als etwas zu schwach erwiesen hatte, wurde es nachträglich durch die beiden starken, schmiedeeisernen Stützen *T* versteift.

2. Der Prismenbehälter *D*.

Als Material für diesen Behälter wurde Siemens-Martin-Stahl wegen der starken Zugbeanspruchung, welcher dieser Teil im Betrieb ausgesetzt war, gewählt. Aus einem Stahlblock wurde zunächst die rohe Form geschmiedet, um möglichste Homogenität des Materials zu sichern, diese dann auf die Achse aufgesetzt und mit ihr gleichzeitig zwischen Spitzen abgedreht. Das fertige Stück hatte die Form eines Tellers mit überhöhtem Rande. Der äußere Durchmesser betrug 450 mm, die Wandstärke, welche außen zu 15 mm bemessen war, nahm nach innen allmählich zu. Der fertig abgedrehte Block wurde, ohne mit den nötigen Bohrungen für das Einsetzen der Optik versehen zu sein, zunächst allein in die Maschine eingesetzt und bei sehr hohen Tourenzahlen (ca. 3000 pro Minute) längere Zeit in Betrieb gehalten. Dabei zeigte sich, daß das Material außerordentlich homogen war, denn auch bei den größten Geschwindigkeiten waren am Gestell kaum merk-

liche Vibrationen zu verspüren. Wie eine leichte Überschlagsrechnung ergibt, müßte bei 3000 Touren pro Minute (70 m/s Umfangsgeschwindigkeit) ein Übergewicht von 1 g am Rand der Scheibe ($r = 22,5$ cm) einen radialen Zug von 2,26 kg erzeugen. Nach diesen Vorversuchen erhielt der Behälter die nötigen Bohrungen für den Stahldeckel *De* (gleichmäßig auf dem Umfang verteilt) und für die Befestigung der Aluminiumstücke *K*, welche als Anlageflächen für die Glasprismen dienten. Der sehr genau passende Deckel besaß einen außen übergreifenden Rand und wurde zuerst aus 3 mm-Stahlblech hergestellt, welches sich aber schon bei den ersten Versuchen stark verwarf. Ein zweiter Deckel von 5 mm Stärke wurde dann aus einem starken Stahlstück durch sorgfältiges Abdrehen gewonnen, und ließ erst nach langem Gebrauche schwache Verziehnngen erkennen.

Die Innenfläche des Stahlkörpers, welche als Auflagefläche für das Prismenpolygon dienen sollte, wurde zunächst sehr genau plan gedreht und dann die Aluminiumteile eingepaßt und verschraubt. Diese Stücke, deren Innenflächen ganz genau der äußeren Form des Prismenkranzes entsprechen mußten, waren ganz exakt hergestellt. Die Flächen, an welchen die Prismen angelegt werden sollten, wurden plan geschliffen, um ein Kippen einzelner Prismen unmöglich zu machen. Nach dem mühsamen Aufprobieren aller Einzelteile und dem Einsetzen des Glases zeigte es sich, daß die Prismen völlig unbeweglich saßen. Um jedes Verlagern des Polygons zu verhüten, wurden die Teilprismen *J* etwas nach innen gepreßt, indem zwischen die entsprechenden Aluminiumteile und den äußeren Rand dünne ($\frac{1}{10}$ mm) Stahlbleche geschoben wurden. Der aufgeschraubte Deckel *De* verhütete ein Herausfliegen der Prismen nach oben. Da aber eine direkte Pressung der Prismen durch den Stahl gefährlich erschien, wurde der Prismenkranz mit mehreren Lagen Gummituch bedeckt und dann der Deckel so verschraubt, daß am Rande Metall auf Metall zu liegen kam. Einige Versuche bewiesen jedoch, daß diese Befestigung der Prismen noch nicht genügte. Deshalb wurden im Behälter noch die verschiebbar angeordneten Winkeleisenstücke *L* angebracht, welche gestatteten, die Glasprismen stark nach außen gegen ihre Anliegeflächen zu pressen. Als Zwischenlage zwischen

Glas und Eisen dienten dünne Filzscheiben. Jedes Prisma wurde mit Hilfe einer Schraubenzwinge stark gegen das Aluminium gepreßt und dann das Winkelstück festgeschraubt. Nach dieser Vorsichtsmaßregel zeigte das Polygon selbst bei hohen Tourenzahlen keine plötzlichen Verlagerungen mehr. Bei etwaigen starken Temperaturänderungen des Prismenbehälters war ein gefährlicher Druck auf das Polygon nicht zu befürchten, da die Ausdehnungskoeffizienten von Glas und Stahl wenig verschieden sind (Stahl: 0,0000100, Glas: 0,0000090). Die stärkere Ausdehnung des Aluminiums (Ausd.-Koeff.: 0,0000216) kam wegen der Kleinheit der Stücke nicht in Frage. Eine Lockerung einzelner Teile trat im Laufe der Untersuchung nicht ein.

3. Das Mittelstück *G*.

Die Fassung des Glaskörpers *G* bestand aus starken Rotgußteilen, welche auf eine 15 mm dicke Platte aus Siemens-Martinstahl geschraubt waren. Die Stahlplatte wurde durch vier versenkte Schrauben *St* mit dem rotierenden Teil verbunden, wobei aber das ganze Stück noch nach allen Seiten gekippt werden konnte, da es auf einer Stahlkugel zentrisch zur Rotationsachse ruhte. Um außer der Kippung auch eine kleine Drehung des Mittelstückes zu ermöglichen, waren die Schrauben *St* in kleine, halbkugelförmige Stahlschalen eingelassen. Das bewegliche Reflexionsprisma dieser Anordnung ließ sich in einer Art Kugelgelenk um die Schraube *Ku* drehen, welche das Prisma an dem starken Deckel *D* festhielt. Die Neigung des Prismas erfolgte von oben durch die drei klemmbaren Mikrometerschrauben *Sr*, die seitliche Verschiebung und Klemmung war durch die beiden Schrauben *X* ermöglicht. Da bei der Rotation der Maschine wegen der unrunder Form dieses Teiles ein starker Luftwirbel erzeugt wurde, überdeckte man das ganze Mittelstück mit einem ruhenden Zylinder aus Messingblech. Diese Haube reichte bis auf den Boden des Prismenbehälters und war für den Lichtdurchtritt mit den nötigen Fensteröffnungen versehen, die mit planen Glasscheiben verschlossen waren, damit die Luft im Apparat als Ganzes mit diesem rotierte. Die beiden rechteckigen Eisenstangen *V* hielten diesen Zylinder und waren selbst mit zwei starken Haltern am Gestell verschraubt. Die Halter dienten gleichzeitig zur Befestigung des Schutzringes *Z* aus Eisenblech,

welcher den Beobachter gegen das umherspritzende Öl und etwaige abfliegende Teilchen schützen sollte. Die Messinghaube bewährte sich übrigens bei großen Tourenzahlen nicht; denn durch die starke Luftbewegung und Vibrationen der Maschine kam sie bald in solche Schwingungen, daß sie am rotierenden Teil anschlug und ihre Zertrümmerung befürchtet werden mußte. Sie wurde daher bei späteren Versuchen weggelassen und das Mittelstück durch aufgesteckte Papphülsen möglichst abgerundet. Dabei zeigte sich keinerlei Zunahme der Bildunruhe, eher eine Besserung.

4. Welle und Lager.

Die Achse *B* des Apparates war ihrer starken Beanspruchung wegen aus Siemens-Martinstahl hergestellt und von oben nach unten etwas verjüngt. Die Lager *R* bestanden aus Rotguß und waren in einem Abstand von 45 cm in das Gestell eingelassen. Das ganze Gewicht des rotierenden Teiles ruhte auf einer in der Welle versenkten, polierten Stahlkugel, welche im unteren Lager auf einer glasharten Stahlplatte rotieren konnte. Da die Maschine nach beiden Richtungen laufen sollte, waren in beide Lager doppelte Spiralwindungen zur Ölung eingeschnitten. Infolge des starken Ölverbrauchs mußten Ölfänger und der Abspritzungsring *W* angebracht werden, um ein Umherspritzen des Öles im Beobachtungsraume zu verhüten. Trotz ihrer sehr starken Beanspruchung bei hohen Tourenzahlen blieben beide Lager stets ziemlich kühl, wie das folgende Täfelchen zeigt. Die hier angeführten Temperaturen wurden während eines fast zwölfstündigen, ununterbrochenen Betriebs der Maschine in Abständen von ungefähr einer Stunde gemessen, wobei als Lagertemperatur die Temperatur des Öles angesehen wurde, welches sich auf dem Lager im Ölfänger sammelte. Die vorliegenden Messungen sind am oberen Lager ausgeführt worden.

Zeit (vorm.)	Temperatur	Zeit (nachm.)	Temperatur
7 Uhr — Min.	Anfang	1 Uhr 15 Min.	24,9°
7 „ 43 „	23,5°	2 „ 40 „	24,7°
8 „ 50 „	23,2°	3 „ 4 „	26,3°
9 „ 43 „	26,6°	4 „ 25 „	26,3°
10 „ 44 „	24,2°	5 „ 8 „	29,0°
11 „ 37 „	25,1°	6 „ 6 „	26,0°
— „ — „	—	6 „ 55 „	26,1°

Die Zimmertemperatur am Lager betrug durchschnittlich $20,0^{\circ}$, Bewegungsrichtung und Tourenzahl (bis ca. 1000) variierten. Die Tabelle ist ein Zeichen für den tadellosen Zustand der Welle und der Lager.

Auf der Achse saßen noch zwischen den Lagern die Riemenscheibe *C* und das Balanciergewicht *E*. Die Riemenscheibe war möglichst nahe am unteren Lager befestigt worden, damit Stöße im Antrieb hauptsächlich vom Gestell aufgenommen wurden.

5. Balanciersversuche (Balanciergewicht *E*).

Die Hauptbedingung für ruhiges Laufen der Maschine war in der Vollkommenheit der Ausbalancierung des rotierenden Teiles gegeben, denn wie schon gezeigt wurde, erzeugten selbst minimale Übergewichte auf einer Seite der Achse bei einigermaßen großen Tourenzahlen ganz enorme Zugkräfte.

Zunächst wurden alle Teile für sich möglichst ausgeglichen und dann die fertig zusammengestellte Maschine als Ganzes ausbalanciert. Das schwere Mittelstück ließ man auf einer polierten, genau horizontalen Fläche rollen. Die hierbei sich zeigenden Ungleichheiten wurden durch Aufsetzen von Stahl- und Bleistücken möglichst beseitigt. Im Prismenbehälter wurde der durch die beiden schweren Prismen *J*, *J* erzeugte Massenüberschuß auf der gegenüberliegenden Seite durch das Stahlstück *F* kompensiert. Der gebrauchsfertig zusammengesetzte und roh justierte rotierende Teil wurde dann zwischen zwei Paar Friktionsräder gelegt, die ihrerseits in Kugellagern liefen, und weiter ausbalanciert. Durch Anbohren der Fassung wurde so der noch merkbare Massenüberschuß beseitigt. Diese Methode erwies sich jedoch noch als zu roh, da die Reibung der Friktionsräder wegen der großen Last des Stahlstückes zu groß war. Nach mehrfachen, verschiedenen Versuchen fand man, daß sich größere Genauigkeit erzielen ließ, wenn die Welle auf zwei gut plane, polierte Spiegelglasstücke gelegt wurde und der Apparat pendelte. Auf diese Weise konnte noch leicht 1 g Übergewicht auf einer Seite der Achse nachgewiesen werden. Nach peinlichster Sorgfalt in der Ausbalancierung und Einsetzen der Achse in das Gestell ergab sich jedoch, daß die genannten Methoden nicht genügend genau waren. Deshalb wurde auf die Welle das Balanciergewicht *E*

aufgesetzt. Dieses bestand aus einem völlig geschlossenen Stahlkörper *E*, in welchen sich von außen durch die Schrauben *S* der Abstand der vier ca. 200 g schweren Gewichte *P* von der Achse um ungefähr 16 mm getrennt ändern ließ. Dadurch war es möglich, den Schwerpunkt des ganzen Systems in gewissen Grenzen zu verlegen. Jetzt wurde nun durch einfaches Probieren diejenige Stellung der Gewichte gesucht, bei welcher die Maschine am ruhigsten lief. Einen gewissen Anhalt, nach welcher Seite der Prismenbehälter schlug, gewährte dabei die Benutzung eines feinen Fühlhebels. Auf diese Weise war es möglich, selbst bei 1500—2000 Touren p. Min. noch ein gutes Bild der Interferenzen zu erhalten, bei höherer Tourenzahl verschwanden die Bilder wegen Verziehung des Apparates. Die Maximalgrenze, bis zu welcher man in der Geschwindigkeit der Maschine gehen konnte, sank allerdings im Laufe der Untersuchung immer tiefer, so daß schließlich die Interferenzen schon bei 1000 Touren unscharf wurden. •

6. Das Zählwerk N.

Zur Messung der Tourenzahl der Maschine war in die Welle *B* ein starkes Gewinde von 5 mm Steighöhe eingeschnitten, in welches ein Schneckenrad mit horizontaler Achse eingriff. Auf dieser saß ein Kontaktrad aus Hartgummi, welches bei jeder Umdrehung des Zahnrades einen Stromkreis schloß: Das Übersetzungsverhältnis zwischen Welle und Kontaktrad betrug 1:50 und war so gewählt, daß die Tourenzahl der Maschine bis auf höchstens 1% Fehler bestimmt werden konnte. Diese Kontakte ließ man auf den hinteren Hebel des Chronographen der Univ.-Sternwarte registrieren, während die Sternzeituhr auf dem vorderen Signalhebel Sekundenpunkte markierte. Bei dieser Einrichtung konnte noch 0,01 Sekunde mit Sicherheit abgelesen werden, so daß bei Zeitdifferenzen auch nur ein Fehler von 0,01 Sekunde zu befürchten war. Da bei den Versuchen eine Sternzeituhr benutzt wurde, waren alle Beobachtungen der Tourenzahlen auf mittlere Zeit zu reduzieren, was nach der bekannten Beziehung erfolgte:

$$\text{eine Sek. St. Z.} = 0,99727 \text{ Sek. M. Z.}$$

Das folgende Tafelchen läßt die bei dieser Einrichtung erreichte Genauigkeit erkennen. Dabei bedeutet *A* die Anzahl

Sternzeitsekunden zwischen zwei Kontakten der Schnecke
(= 50 Touren der Maschine).

A in St. Z.	Max. Fehler in s. St. Z.	Max. Fehler in %	Touren p. Min. St. Z.	Red. auf M. Z.	Abs. Fehler in Touren p. Min.
30,0	± 0,01	± 0,03	100	+ 0,27	± 0,03
6,0	1	0,17	500	1,37	0,83
3,0	1	0,33	1000	2,74	3,33
1,5	1	0,67	2000	5,48	13,33
1,0	1	1,00	3000	8,22	30,00

Wie man sieht, war die Genauigkeit für alle vorkommende Fälle völlig ausreichend. Ungleichförmigkeiten im Gange der Maschine während eines Umlaufes der Kontaktscheibe ließen sich hierbei zwar nicht erkennen, sie waren aber wegen der großen Schwungmasse überhaupt kaum zu befürchten.

7. Der Antrieb.

Bei den ersten Probeversuchen mit der Maschine in der Werkstatt wurde ein $\frac{1}{2}$ PS.-Drehstrommotor mit horizontaler Achse benutzt. Der Motor zog aber zu schnell an, was für die Justierung hätte schädlich sein können, und brachte die Tourenzahl höchstens bis 2700 Touren p. Min. Deshalb wurde er durch einen Gleichstrommotor von $\frac{1}{4}$ PS. mit vertikaler Achse und Tourenregulier im Verhältnis 1:12 bei gleichbleibender Zugkraft ersetzt. Der Antrieb war jetzt sehr günstig, der Motor aber viel zu schwach. Nach mannigfachen Versuchen zeigte sich ein 5 PS.-Gleichstrommotor (110 V.) älteren Modells von Siemens-Schuckert am geeignetsten. Durch regulierbare Widerstände im Haupt- und Nebenstrom gelang es, die Tourenzahl der Maschine beliebig von ca. 70 Touren p. Min. bis über 3500 zu bringen. Der Betrieb war zwar wenig rationell, hatte aber den Vorteil, daß alle Stöße im Anlauf verschwunden waren. Der Motor lief ohne Veränderung der Bürstenstellung nach beiden Seiten gleich gut. Seine Achse lag horizontal und war ungefähr 2 m von der Maschine entfernt. Die Übertragung geschah durch einen gekreuzten und geleihten Riemen.

8. Die Aufstellung.

Die ganze Einrichtung fand Aufstellung in einem Keller-räume der Univ.-Sternwarte zu Jena. Die Maschine wurde mittels vier starker Schrauben in den Zementboden des Raumes eingelassen und der Fuß mit Zement ausgegossen. Bei der Aufstellung wurde darauf geachtet, daß die Achse genau vertikal stand, um gyroskopische Wirkungen des rotierenden Teiles zu verhindern.

§ 6. Versuche zur Erzeugung monochromatischer Interferenzstreifen.

Wie schon mehrfach erwähnt, zeigte sich die Siedentopfsche Hg-Lampe für diese Versuche als viel zu lichtschwach. Die sehr hell leuchtenden Metaldampflampen aus Quarz (Cd-Amalgamlampe¹⁾ wären voraussichtlich ausreichend gewesen, konnten aber nicht probiert werden, da keine zu beschaffen war. Um dafür einen Ersatz zu schaffen, wurden zunächst reine Metallstäbe im Lichtbogen verdampft. Die Beobachtungseinrichtung (Fig. 6 II) war dabei so getroffen, daß das Licht erst nach seinem Durchgang durch den ganzen Apparat spektroskopisch zerlegt wurde, so daß eine Reihe monochromatischer Interferenzbilder entstanden (Methode der Sonnenaufnahmen in monochromatischem Lichte mit Hilfe des Spektroheliographen). Das reelle Interferenzbild im Koinzidenzprisma S wurde dabei durch ein Objektiv von geeigneter Öffnung stark verkleinert auf den vertikal stehenden Spalt eines Spektralapparates Sp so projiziert, daß zunächst die Interferenzstreifen parallel zum Spalt, die Trennungslinie der beiden Gesichtsfeldhälften also senkrecht dazu standen. Bei Benutzung des Emissionslichtes von glühendem Metaldampf mußte dann im Spektroskop eine Reihe von monochromatischen Spaltbildern entstehen, in denen die Interferenzstreifen sichtbar waren. Damit aber außer der Meßmarke des Koinzidenzprismas noch eine genügende Anzahl von Interferenzstreifen in die Spaltöffnung zu liegen kam, mußte dieser ziemlich weit geöffnet werden (ca. 0,4—0,8 mm). Die Dispersion des Spektrographen war deshalb sehr hoch zu wählen, um die einzelnen Spaltbilder nicht aufeinander fallen

1) Zeitschr. f. Instrumentenkunde 21. S. 201. 1901; 24. S. 296. 1904.

zu lassen. Dadurch wurde auch der Vorteil erreicht, daß das Nebenlicht sehr geschwächt war, so daß sich die monochromatischen Spaltbilder, welche durch die Prismen des Apparates auch etwas an Helligkeit einbüßten, ziemlich hell aus dem schwachen kontinuierlichen Spektrum hervorhoben. Zur Zerlegung des Lichtes kamen bei diesen Versuchen ein photographisches Gitter, zwei große Flintglasprismen und ein Flüssigkeitsprisma nach Königsberger einzeln oder in Kombinationen in Anwendung. Von den untersuchten Metallen gaben Eisen und Kupfer den günstigsten Lichtbogen, auch Messing brannte sehr gut. Bei einer Stromstärke von 10—15 Amp. und Stäben von 10—15 mm Durchmesser gab Fe ein sehr helles, weißes Licht, dessen Spektrum aber zu linienreich war, so daß auch bei stärkster Dispersion die einzelnen Spaltbilder nicht mehr weit genug getrennt werden konnten. Kupfer brannte bei größerem Stabdurchmesser (20 mm) ebenfalls sehr ruhig, das Spektrum war linienärmer und günstiger wie das vorige, da die hellen Linien in Grün und Rot genügend weit auseinander lagen. Zink lieferte sehr schönes helles Licht, schmolz aber bei einigermaßen großen Stromstärken sofort ab und entwickelte sehr dicke, weiße Dämpfe. Messing oder Messing und Kupfer vertrugen eine größere Stromstärke und erzeugten einen ziemlich ruhigen Lichtbogen. Die größte Ruhe des Bogens wurde jedoch erzielt, wenn als positive Elektrode das Metall verwandt wurde, während der negative Pol aus Homogenkohle bestand. In allen Fällen wurde jedoch der Bogen sofort unruhig, zischte und rotierte, sobald das Metall weißglühend war. Versuche, den Lichtbogen zur Kühlung der Elektroden unter Flüssigkeit zu erzeugen, gelangen nicht. Bei derartigen Spektralaufnahmen der Interferenzbilder waren Expositionszeiten von 5—10 Min. erforderlich, wenn die Maschine in Betrieb war. Um scharfe Bilder zu erzielen, war aber während der Exposition größtmögliche Ruhe des Lichtes unbedingt erforderlich. Diese konnte aber auch bei ständiger Regulierung der Lampe (Handregulierlampe) nie in genügender Weise erreicht werden. Mit dem ungleichmäßigen Brennen des Bogens, welches auch bei Benutzung von Magneten und Drosselspulen nicht besser wurde, waren naturgemäß starke Spannungsschwankungen an den Elektroden verknüpft, welche sich ins Leitungsnetz aus-

breiteten, so daß auch die Tourenzahl des Motors, der von derselben Leitung gespeist wurde, ständig schwankte. Die Aufnahmen mit dieser Anordnung hatten deshalb nicht den gewünschten Erfolg.

Als Ersatz für die reinen Metallelektroden dienten nun später Kohlestäbe mit Füllungen aus verschiedenen Metallsalzen, wobei nur das vom Bogen emittierte Licht benutzt und das direkte Kraterlicht durch passende Blenden zurückgehalten wurde. Die sogenannten Spektralkohlen von Siemens erwiesen sich hierbei als unzuweckmäßig, sie brannten ziemlich unruhig und zu rasch ab. Kohlestäbe mit Leuchtzusätzen, teilweise mit Metalladern, wie sie in der Beleuchtungstechnik (Effektkohlen) Verwendung finden, gaben zwar einen sehr hellen und ruhigen Bogen, besaßen aber zu viel Beimengungen, so daß die Spektren zu linienreich waren. Deshalb wurden von der Firma Gebr. Siemens auf besonderen Wunsch Kohlen mit chemisch-reinen Salzen der Metalle Cu, Zn, Cd und Ca als Füllungen hergestellt. Diese waren für den vorliegenden Zweck geeigneter als die anderen Kohlestäbe, bei ihnen trat aber das Nebenlicht neben dem Emissionslicht der Metaldämpfe sehr stark hervor. Bei größeren Stromstärken erschienen die Emissionsspektren stärker, dann aber brannte der Bogen sehr unruhig, und die Füllungen waren in kurzer Zeit verflüchtigt. Die spektrographischen Aufnahmen ließen sich jedenfalls auch hier nicht mit der nötigen Präzision ausführen. Ebenso konnte eine direkte, visuelle Ausmessung der Interferenzen wegen der Beaufsichtigung, welche Motor und Bogenlampe ständig erforderten, nicht durchgeführt werden. Die Versuche in dieser Richtung wurden daher abgebrochen und eine Anordnung gewählt, bei welcher Lichtquellen mit kontinuierlichem Spektrum benutzt werden konnten.

Die Interferenzstreifen wurden nun so gedreht, daß sie parallel zur Trennungslinie im Koinidenzprisma waren, also senkrecht zum Spalt des Spektrographen lagen. Im Spektrum erschienen die Interferenzen ebenfalls in einfarbigem Lichte, wie bei der anderen Anordnung, aber parallel zur Längsausdehnung des Spektrums. Sie zogen sich, vom roten nach dem violetten Ende schwach konvergierend, durch alle Farben, wobei die Trennungslinie der beiden Gesichtsfeldhälften als

scharfer, schwarzer Strich erschien. Als Lichtquelle fanden gewöhnliche Bogenlampenkohlen Verwendung. Um die Streifen möglichst scharf zu erhalten, war Bedingung, daß diese einmal genau senkrecht zum Spalt standen und daß dieser ziemlich eng gemacht wurde, womit allerdings eine erhebliche Lichtschwächung verbunden war. Die Unruhe der Lichtquelle war damit behoben, denn die selbstregulierende Projektionslampe konnte oft stundenlang in Betrieb sein, ohne häufiges Nachregulieren zu erfordern; jedoch war das kontinuierliche Spektrum für Ausmessung der Streifen bei rotierendem Apparat zu lichtschwach. Die photographischen Aufnahmen der Interferenzen gelangen bei ruhender Maschine recht gut, war diese jedoch im Betrieb, so mußte eine ca. 600 mal längere Expositionszeit wie in Ruhe gewählt werden, um genügende Bilder zu erhalten. Während dieser langen Zeit (8—10 Min.) konnte nun die Tourenzahl der Maschine nicht genügend konstant gehalten werden. Tagsüber wechselte die Spannung im Leitungsnetz, an welches der Motor angeschlossen war, ziemlich stark, auch mag die Bogenlampe, die in der Leitung lag, Schwankungen verursacht haben, aber auch nachts, wenn die größte Ruhe im Leitungsnetz erwartet werden konnte, zeigte sich keine genügende Konstanz in der Tourenzahl der Maschine, um ganz scharfe Aufnahmen zu erhalten. Da auch langes Einlaufen der Maschine vor den Versuchen und starke Belastung des Motors durch gleichzeitigen Antrieb eines kurzgeschlossenen, zweiten Motors nicht mit genügendem Erfolg wirkten, wurden diese Versuche aufgegeben und auf vollkommen monochromatische Interferenzstreifen verzichtet.

Hierbei mag noch erwähnt werden, daß sich bei den zahlreichen Spektralaufnahmen unter den probierten Plattensorten folgende sehr gut für den jeweils beigesetzten Spektralbereich bewährten:

1. Viridin-Inaloplaten (anti-halo orthochrom.) von Schleussner (ganzes Spektrum);
2. Prozeß Panchromatik Pl. von Wratten und Wainwright (hochempfindlich für Rot);
3. Kranzplatte I von Kranseder & Cie., München (grün);
4. Perortoplaten von Otto Perutz, München (grün).

§ 7. Das endgültige Meß- und Aufnahmeverfahren.

Da die Versuche zur Herstellung von monochromatischem Lichte an den geringen dabei erreichbaren Helligkeiten scheiterten, wurden die definitiven Messungen unter Zuhilfenahme von Filtern aus gefärbten Gläsern ausgeführt. Diese Lichtfilter ließen zwar noch ziemlich große Wellenlängenkomplexe durch, absorbierten aber doch ca. 50 Proz. der auffallenden Lichtmenge, so daß die Helligkeit der Interferenzen sowohl für photographische Aufnahmen als auch visuelle Messungen bei verdunkeltem Beobachtungsraume gerade noch ausreichte. Versuche, die durchgelassenen Wellenlängengebiete durch größere Glasdicken oder Kombinationen von Filtern einzuengen, waren bei der damit verbundenen, starken Absorption ohne Erfolge geblieben. Die Streifen erschienen aber auch bei den einfachen Filtern sehr scharf und schwarz, nur bei Benutzung von grünem Lichte zeigten sich schwach farbige Ränder, welche sich aber als nicht störend erwiesen. Da die Filter aus ausgesuchten, beiderseitig planpolierten Glasscheiben bestanden, konnten sie, ohne daß eine Bildverschlechterung eintrat, zwischen Koinzidenzprisma und Beobachtungsinstrument gesetzt werden, teilweise befanden sie sich allerdings auch direkt hinter der Bogenlampe.

Bei den Versuchen, welche für die Herleitung des Resultates Verwendung fanden, wurden folgende zwei Gläser benutzt.

Nr.	Farbe	Dicke	Durchlässig für $\lambda = \mu\mu$	Mittel $\mu\mu$	Schwach sichtbar
1	rot	1,7 mm	608—640	624	grün
2	hellgrün	2,4 „	510—560	535	rot

Die Durchlässigkeit der Filter wurde mit Hilfe eines Taschenspektroskopes mit Wellenlängenskala bestimmt.

Die photographischen Aufnahmen wurden mit einer Spektrometerkamera mit verschiebbarer Platte *P* (Fig. 6) ausgeführt, wobei zwischen Koinzidenzprisma *S* und Kameraobjektiv (relat. Öffnung: 1:5, $f = 300$ mm) das Reflexionsprisma *K* zur Knickung der Strahlen wegen Raummangels und das Fernrohrobjektiv *N* aufgestellt waren, um bei einer Vergrößerung des Interferenzbildes auf das Sechsfache, die Balglänge nicht zu groß werden

zu lassen. Bei dieser Anordnung betrugen die Expositionszeiten ca. 0,5 Sek., wenn der Apparat nicht rotierte, war aber die Maschine in Betrieb, so war die 600—800mal größere Zeit (für verschiedene Farben etwas verschieden) nötig, um brauchbare Negative zu erhalten. Nimmt man an, daß für die Exposition einer photographischen Platte nur die gesamte auftreffende Lichtmenge, ohne Rücksicht auf deren Dauer und Stärke, in Frage kommt, so ist die Belichtungsdauer bei rotierendem Apparat durch die Summe der Blitze bei jeder Umdrehung gegeben. Läuft die Maschine demnach m Touren pro Minute, so ist die Dauer eines einmaligen Aufleuchtens der Interferenzen in Sekunden:

$$t = \frac{60}{m \cdot 720},$$

wenn man den Prismenkranz um $0,5^\circ$ bis zum völligen Verschwinden, von deren Erscheinen an gerechnet, verdrehen muß, wobei während der Drehung immer gleiche Helligkeit des Bildes angenommen wird. Damit nun die Belichtungszeiten bei rotierendem und ruhendem Apparat gleich werden, muß folgende Gleichung gelten, in welcher a (in Minuten) die Expositionszeit bei rotierendem Apparat bedeutet:

$$a m t = \frac{60 m a}{720 m} = 0,5,$$

oder

$$a = 6 \text{ Min.}$$

Diese Betrachtung gilt selbstverständlich nur für Umlaufgeschwindigkeiten, bei denen die Dauer einer Umdrehung kleiner als 6 Min. ist, denn im andern Falle wäre es möglich, daß innerhalb 6 Min. gar kein Licht zur Platte gelangen könnte. Der berechnete Wert stimmt innerhalb gewisser Grenzen mit der experimentell bestimmten Belichtungsdauer überein, welche im Durchschnitt 5 bis 7 Min. betrug. Die zweite Folge aus obiger Überlegung, die Unabhängigkeit der Belichtungsdauer von der Tourenzahl, war aber anscheinend nicht erfüllt, denn bei hohen Umlaufgeschwindigkeiten der Maschine mußten die Platten oft mehr als 15 Min. belichtet werden, ehe sich überhaupt ein Schimmer der Interferenzen zeigte. Diese Erscheinung könnte vielleicht durch eine Art Reizschwelle für die Platten erklärt

werden, indem diese bei genügend kurzen und sehr schwachen Lichtblitzen ($\text{Dauer} = \frac{1}{12000}$ Sek. bei 1000 Touren pro Minute) an Empfindlichkeit verlieren.

Für jede Farbe wurde Fokussierung und Expositionsdauer durch Probeaufnahmen bestimmt. Zur visuellen Beobachtung der Streifenverschiebungen kam ein sog. Kometensucher der Universitätssternwarte nach Vorsetzen eines passenden Objektives in Verwendung. Hierbei wurde ein Koinzidenzprisma mit vertikaler Trennungslinie, des größeren Gesichtsfeldes wegen, benutzt.

Für die direkte Ausmessung der Interferenzen war der Kometensucher mit einem Schraubenmikrometer versehen, welches gestattete, das Fernrohrbild in Millimetern auszuwerten (Vergr. ca. 25). Die Aufstellung des an sich sehr schweren Instrumentes war auf dem Steinboden des Beobachtungsraumes hinreichend stabil.

Die Tourenzählvorrichtung arbeitete vollkommen selbsttätig und bedurfte keiner Überwachung. Signale, welche mit Hilfe eines besonderen Tasters gleichzeitig mit den Maschinenzeichen auf den Chronographen registriert wurden, gestatteten, neben der Tourenzahl Zeit und Dauer jeder Exposition oder Einstellung genau zu ermitteln, so daß diesbezügliche Notizen während der Beobachtung fortfielen. Ein im Beobachtungsraum angebrachtes Relais ließ stets erkennen, ob diese Vorrichtung ordnungsgemäß funktionierte.

Die Zimmertemperatur wurde mittels mehrerer im Versuchsraume verteilter Thermometer überwacht, ein Ventilator sorgte stets für möglichste Verteilung der durch die Bogenlampe und die Widerstände erzeugten Wärme. Ebenso maß man in regelmäßigen Abständen die Temperaturen der Lager und des Innern des Prismenbehälters.

Bogenlampe und Motor arbeiteten meist derart ruhig, daß ein Nachregulieren während einer Aufnahme oder Messung selten nötig war.

Zur Bestimmung der Breite und Verschiebung der Interferenzstreifen wurde sowohl bei der Ausmessung von Platten als auch bei visuellen Messungen ein Verfahren angewandt,

welches Hr. Pulfrich¹⁾ in seiner Abhandlung über das Abbe-Fizeausche Dilatometer empfiehlt.

Sind nämlich l_1, l_2, l_3, l_4, l_5 die Mikrometerablesungen bei den Einstellungen der Meßmarke auf fünf nebeneinanderliegende Streifen, so sind, äquidistante Streifen vorausgesetzt, die Streifenbreite b in Mikrometerteilen und die Lage l_3 des mittelsten Streifens gegeben durch die Gleichungen:

$$b = \frac{1}{2} (l_5 + l_1 - (l_2 + l_4)), \quad 2)$$

$$l_3 = \frac{1}{2} (l_1 + l_2 + l_3 + l_4 + l_5).$$

Zur Ausmessung der photographischen Platten wurde ein Komparator von C. Zeiß benutzt, welcher die gemessenen Längen von einer Nickelstahlskala abzulesen gestattete. Direkt konnten am Kopf der Mikrometerschraube noch 0,001 mm abgelesen werden, 0,0001 mm waren mit Sicherheit zu schätzen. Als Meßmarke diente ein Doppelfaden von passender Weite, welcher sich für Interferenzmessungen als sehr geeignet zeigte. Die Vergrößerung des Meßmikroskopes ließ sich variieren, so daß für jede Streifenbreite die günstigsten Verhältnisse leicht eingestellt werden konnten.

Für direkte, visuelle Messungen am Apparat fand ein Fernrohr mit gutem Schraubenmikrometer Verwendung.

Die Teilfehler der Nickelstahlskala des Komparators und die Fehler der Mikrometerschrauben wurden nicht näher untersucht, nachdem eine Reihe von Einstellungen auf Probeobjekte ergeben hatte, daß an allen benutzten Stellen die Teil- und Schraubenfehler sicher kleiner waren als die Einstellsicherheit. Etwaige zufällige Teilungsfehler wurden bei den definitiven Messungen dadurch eliminiert, daß bei der Repetition von Messungen immer andere Bereiche der Skala und der Schrauben in Benutzung kamen.

Bei genügend breiten und scharfen Interferenzen, wie man sie bei Benutzung von Filtern stets erhalten konnte, war es möglich, sowohl Breite als Lage der Streifen bis auf $\frac{1}{100} b$ genau zu bestimmen. Die Streifenverschiebungen betrugen aber nur 0,1 bis 0,2 b , so daß bei der erwähnten Meßgenauigkeit die

1) K. Pulfrich, Zeitschr. f. Instrumentenkunde 23. S. 411—413. 1893.

2) Vgl. die Bemerkung zu dieser Formel auf S. 408.

Werte der Verschiebungen bis zu 10% ihres Betrags gefälscht werden konnten. Durch mehrfache Wiederholungen der Messungen ließen sich diese Fehlergrenzen nur unwesentlich einengen. Auch konnte die Breite der Interferenzen nicht zu groß genommen werden, da einmal mit der Breite die Einstellsicherheit abnimmt, dann aber erschienen auch stark verbreiterte Streifen im Apparat nicht mehr gerade, sondern hyperbelartig gebogen.

Zu diesen Einstellfehlern addierten sich noch etwaige Fehler, die durch die Ungleichförmigkeit in der Tourenzahl der Maschine entstanden. Die Messung der Tourenzahlen selbst war, wie schon gezeigt wurde, genauer als für die vorliegenden Zwecke nötig war. Die Geschwindigkeit der Maschine blieb meist während einer Beobachtung hinreichend konstant, wenn sie vorher lange genug eingelaufen war (5—10 Min.). Die Schwankungen in der Tourenzahl konnten nachträglich sehr leicht aus den Chronographenregistrierungen erkannt werden. Geschwindigkeitsänderungen bis zu höchstens 1% der Tourenzahl wurden bei der Berechnung noch zugelassen, Messungen bei stärkeren Geschwindigkeitsänderungen wurden ausgeschlossen.

Die Lage des Streifensystems bei ruhender Maschine heiße Nullpunkts- oder Ruhelage. Um über die Bewegung dieser Nullpunktslage, hervorgerufen durch Temperaturänderungen im Glase, Verlagerung von Prismen, Nachgeben von Schrauben, elastische Verziehungen usw., stets genau orientiert zu sein, wurden nach je einigen Messungen bei bewegter Maschine zwei bis drei Nullpunktsbestimmungen ausgeführt. Ferner ließ man den Apparat nach jeder Ruhelage in der entgegengesetzten Richtung wie vorher laufen, um zu sehen, ob die Streifenverschiebungen auch entgegengesetzt gleich ausfielen, was als sicheres Kriterium dafür anzusehen war, daß im Apparat keine Verziehungen aufgetreten waren.

Die folgenden Tabellen lassen das zur Bestimmung der Breitenverschiebung angewandte Verfahren erkennen.

Nachdem bei ruhendem Apparat durch Einstellung auf fünf nebeneinander liegende Streifen die Lage des Nullpunktes und die Streifenbreite erhalten war, wurde der Apparat in

Rotation versetzt und die Einstellung jener fünf Streifen verschiedene Male, im vorliegenden Fall fünfmal, wiederholt. Für die Zeiten dieser Messungen geben in Spalte 2 die z die zu 50 Touren der Maschine nötigen Sternzeitsekunden an und hieraus lassen sich ohne weiteres die in Spalte 3 angegebenen Tourenzahlen p. Min. ableiten. Spalte 4 und 5 geben die aus jenen Einstellungen gefundenen Streifenbreiten b und Streifenlagen l_s . Unter l_0 sind die für die Zeiten der Messungen bei bewegtem Apparat interpolierten Nullpunktstellungen angeführt. $l_0 - l_s$ sind dann die in Mikrometerteilen ausgedrückten Verschiebungen δ_g oder δ_m , je nachdem die Rotation gegen oder mit dem Uhrzeiger erfolgt war. Die Verschiebungen δ_m sind hierauf durch Interpolation in die Werte übergeführt worden, welche beobachtet worden wären, wenn die Messungen bei denselben Rotationsgeschwindigkeiten des Apparates angestellt worden wären wie die Messungen der δ_g . Die hierbei sich zeigende Verschiedenheit der bei entgegengesetzt gleichen Umdrehungsgeschwindigkeiten gefundenen Werte δ_g und δ_m ist zum Teil den Messungsfehlern, zum andern Teil aber jedenfalls der Verziehung des Polygons infolge der Rotation zuzuschreiben. Ein systematisches Überwiegen nach einer Seite konnte jedoch nicht konstatiert werden. Wurden die Abweichungen größer als 6—7%, so wurde eine neue Justierung des Apparates vorgenommen und die Beobachtungen fanden keine Verwendung. Das Mittel δ der ohne Rücksicht auf das Vorzeichen genommenen Verschiebungen δ_g und δ_m war als die der betreffenden Rotationsgeschwindigkeit des Apparates zugehörige Streifenverschiebung anzusehen.

1. Nullpunkt: 4,395^P; $b = 1,170^P$.

2. Drehung gegen den Uhrzeiger.

Nr.	z	Touren p. Min.	b	l_s	l_0	δ_g
1	6,35	472,6	1,178 ^P	4,501 ^P	4,395 ^P	- 0,106 ^P
2	5,73	524,7	1,176	4,539	4,394	0,145
3	5,28	568,4	1,170	4,547	4,393	0,154
4	5,10	588,4	1,177	4,579	4,392	0,187
5	4,71	637,2	1,171	4,589	4,392	0,197

3. Nullpunkt: 4,392^P; $b = 1,176^P$.

4. Drehung mit dem Uhrzeiger.

Nr.	α	Touren p. Min.	b	l_s	l_0	δ_m
1	6,00	500,1	1,172	4,272	4,392	+ 0,120
2	5,40	555,7	1,175	4,241	4,395	0,154
3	4,95	606,2	1,170	4,207	4,397	0,190
4	4,89	639,3	1,176	4,179	4,399	0,220

5. Nullpunkt: 4,399^P; $b = 1,169^P$.

Nr.	α	Touren p. Min.	δ_m	δ_g	δ	Abweichung
1	5,73	524,7	+ 0,136	- 0,145	0,141	$\pm 0,005$ (4%)
2	5,28	568,4	0,168	0,154	0,161	0,007 (4%)
3	5,10	588,4	0,185	0,187	0,186	0,001 (0,6%)
4	4,71	637,2	0,217	0,197	0,207	0,010 (5%)

$b = 1,173^P$ (Mittel).

Im allgemeinen erschienen die Interferenzen, wenn der Motor nicht zu rasch anzog, vollkommen ruhig. Ein merkliches Zittern war erst bei 800 bis 900 Touren pro Minute zu beobachten. Während der ersten Zeit der Untersuchung gelang es, die Interferenzen selbst bei 1800 Umdrehungen des Prismenkranzes pro Minute noch zu sehen, diese Sichtbarkeitsgrenze sank aber später immer tiefer, ohne daß neue Justierung oder starkes Anziehen der Befestigungsschrauben der Prismen sie wieder auf die frühere Höhe bringen ließ. Bei den definitiven Messungen wurde daher nicht über 750 Touren pro Minute hinausgegangen, um keine Nullpunktversetzungen während einer Beobachtung befürchten zu müssen, obgleich hierbei die Verschiebung des Streifensystems ziemlich gering war. In dieser Beziehung erwies sich überhaupt die visuelle Messung der photographischen Aufnahme trotz ihrer geringeren Meßgenauigkeit überlegen, denn letztere wies stets bedeutend größere Nullpunktsschwankungen auf als die erste, was wohl seinen Grund in der großen Länge der Belichtungszeiten hatte. Der Nullpunkt selbst änderte sich bei allen Beobachtungsserien in demselben Sinne, er stieg mit wachsender Temperatur des Prismenbehälters, ohne daß aber zwischen beiden Änderungen eine konstante Beziehung fest-

zustellen gewesen wäre. Eine Abhängigkeit der Nullpunktswegung vom Drehsinn der Maschine bestand nicht.

Die Streifenbreite zeigte sich bei allen Messungen sehr konstant, ihre Änderung blieb stets unter der Fehlergrenze der Beobachtung. Die während einer sehr langen Beobachtungsreihe von mehr als acht Stunden erfolgten Schwankungen des Nullpunktes und der Streifenbreite sind aus folgender Tabelle zu ersehen.

Zeit	Zahl der Aufnahmen	Nullpunktlage in mm	Streifenbreite in mm
10 Uhr 45 Min.	15	1,6934	0,1930
12 " 13 "	13	1,7353	0,1916
13 " 33 "	12	1,7639	0,1900
15 " 0 "	13	1,7796	0,1890
16 " 15 "	11	1,8205	0,1887
17 " 10 "	12	1,8373	0,1873
18 " 15 "		1,8489	0,1864

Im Laufe von 76 photographischen Aufnahmen hatte sich also der Nullpunkt um 0,1555 mm und die Streifenbreite um 0,0066 mm geändert, so daß im Durchschnitt auf eine Aufnahme eine Änderung von 0,002 bzw. 0,0001 mm entfällt, welche also noch innerhalb der Fehlergrenze der Beobachtung zu liegen kommt.

§ 8. Anpassung der Formel für die Streifenverschiebung auf den Fall eines rotierenden Körpers.

Wie bereits auf S. 392 angegeben, lautet die Formel für die in Streifenbreiten ausgedrückte Streifenverschiebung:

$$(1) \quad \Delta = \frac{2lqn^2(1-x)}{\lambda c}$$

Diese Formel ist aber nicht ohne weiteres auf den bei den Versuchen vorliegenden Fall anwendbar, denn ein Lichtstrahl durchläuft bei seinem Durchgang durch das Prismenpolygon Teile des bewegten Mediums, die ganz verschiedene und auch verschieden gerichtete Geschwindigkeiten besitzen. Um sie daher zur Anwendung auf den hier vorliegenden Fall geeignet zu machen, gibt Harreß folgende Ausführungen.

In einem starren, durchsichtigen Medium, welches mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω um die Achse O rotiert,

pflanze sich ein Lichtbündel LL' geradlinig fort (Fig. 7). Hierbei ist angenommen, daß die Richtung der Strahlen durch die Körpergeschwindigkeit nicht geändert wird, welche Annahme theoretisch nicht ganz richtig ist, da die Mitführung des Lichtes durch senkrecht zu seiner Fortpflanzungsrichtung bewegte Materie noch durch quadratische Glieder in v/V bestimmt ist. Wegen der Kleinheit dieser Glieder kommen sie aber hier nicht in Frage.

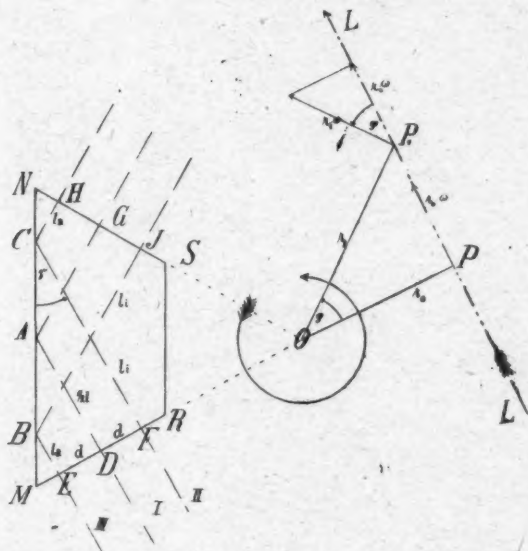


Fig. 1.

Im Punkte P , dem Treffpunkte des Lotes r_0 von O auf LL' , sind die Richtungen der Ausbreitung des Lichtes und der Körpergeschwindigkeit dieselben, so daß für die Mitführung der Wert

$$r_0 \omega$$

in Frage kommt.

In einem anderen Punkte P_1 des Lichtstrahles, sollen die Richtungen zwischen der Fortpflanzung des Lichtes und der Tangentialgeschwindigkeit des Mediums den Winkel $\varphi = \angle r_0 r_1$ einschließen. Dann kommt für die Änderung der Geschwindig-

keit des Lichtes nur die Projektion von $r_1 \omega$ auf LL' in Betracht. Diese Komponente der Körpergeschwindigkeit ist:

$$r_1 \omega \cos \varphi = r_0 \omega.$$

Da die Geschwindigkeit des vom Licht durchsetzten Körpers in der Richtung des Lichtstrahles im Punkte P_1 demnach gerade so groß ist wie in P , so ist auch die Mitführung des Äthers in P_1 und in P überall auf dem Strahl LL' von gleicher Größe. Die Änderung der Lichtgeschwindigkeit in einem rotierenden Medium ist demnach so lange konstant, als sich der Lichtstrahl geradlinig fortpflanzt.

Führt man durch innere Reflexionen ein Lichtbündel ganz beliebig durch das rotierende Medium, so ist die resultierende Wirkung auf ein passend erzeugtes Interferenzsystem gleich der Summe der Einzelwirkungen während der geradlinigen Wegteile des Lichtes im Medium. Die Formel (1) läßt sich also schreiben:

$$(2) \quad \Delta = \frac{2n^2(1-x)}{\lambda c} \omega \sum l r,$$

worin l die Wege des Lichtes von einer Reflexion zur anderen und r die Lote vom Rotationszentrum auf diese bedeuten.

Nun ist aber

$$\omega = \frac{2\pi 50}{\lambda_m},$$

wo z_m die Zeitdifferenz zwischen zwei Kontakten der Tourenzählvorrichtung in Minuten mittlerer Zeit bedeutet, so daß man folgende Formel erhält:

$$(3) \quad \Delta = 200 \frac{n^2 \pi (1-x)}{\lambda_m \lambda c} \sum l r.$$

Der Ausdruck $\sum l r$ ist nun für das benutzte Polygon numerisch zu bestimmen.

In Fig. 7 sei $MNRS$ ein Prisma des Polygons, in welches ein Strahlenbündel senkrecht zur Fläche MR eintritt, an MN reflektiert wird und senkrecht zu NS wieder austritt. Von einer eventuellen Änderung des Reflexionsgesetzes durch Rotation des Prismas um O soll hier abgesehen werden.

Betrachtet man drei Strahlen, den Mittelstrahl I und zwei im Abstände d zu ihm symmetrisch liegende, andere Strahlen II

und III, so ergibt sich die Summe der beiden Produkte aus den Teilstrecken und den von O auf sie gefällten Loten

$$\text{für Strahl II zu } r_a l_a + r_i l_i = (r + d) l_a + (r - d) l_i,$$

$$\text{„ „ I „ } r \frac{l}{2} + r \frac{l}{2} = r l,$$

$$\text{„ „ III „ } r_i l_i + r_a l_a = (r - d) l_i + (r + d) l_a.$$

Hierbei ist $l = s \cdot \cos \gamma$ und $l_a + l_i = l$.

Für einen beliebigen Strahl im Abstände d vom Mittelstrahl ist also die Summe jener beiden auf ein Prisma sich beziehenden Produkte gleich

$$r l - d (l_i - l_a).$$

Dieser Ausdruck hat für $d = 0$, also für den Mittelstrahl, sein Maximum $r l$ und nimmt mit wachsendem d erst langsam, dann rasch ab, wie man sofort erkennt, wenn man ihn in die Form überführt

$$r l - 2 d^2 \operatorname{ctg} \gamma.$$

Für $d = \pm 10$ mm, $l = 114$ mm und $r = 18,3$ cm macht das Glied $2 d^2 \operatorname{ctg} \gamma$ schon 3 Proz. von $r l$ aus. Trotzdem haben Harreß und Hr. Harzer wohl mit Recht nur den Mittelstrahl bei der Summierung der Produkte berücksichtigt, denn bei den Versuchen wurde darauf geachtet, daß die Höhe der Bogenlampe, sowie sie sich etwas geändert hatte, sofort korrigiert wurde. Jedenfalls ist der durch Einführung des Maximalwertes der Produktsomme in das Resultat gekommene Fehler viel geringer als wenn man unter der Annahme gleichmäßigen Vorkommens der verschiedenen möglichen Bogenlampenstellungen alle die Fläche a^2 durchdringenden parallelen Lichtstrahlen in Betracht gezogen hätte.

Nach Harreß' Schätzung könnte der Fehler höchstens 1 bis 2 Proz. betragen, das Resultat für den Mitführungskoeffizienten sich also um so viel zu hoch ergeben.

Nicht geringere Beachtung verdient, worauf Hr. v. Laue aufmerksam gemacht hat, der Umstand, daß die beobachteten Interferenzstreifen, wie Fig. 5 (S. 406) zeigt, nicht von den beiden das Prismenpolygon in entgegengesetzter Richtung durchlaufenden Mittelstrahlen selbst, sondern von etwas schief auffallenden Strahlen herrührten. In der Mitte der kreisförmigen Interferenzfigur würden die Streifen nicht von gleicher Breite ge-

wesen sein, dies fand in genügender Annäherung erst in einiger Entfernung von der Mitte statt. Von Harreß wird jedoch diese Quelle der Unsicherheit des Resultates nicht erwähnt.

In Formel (3) ist die Summe $\sum lr$ auf die an der Rotation des Apparates teilnehmenden Wegstrecken des Lichtes auszudehnen, auch auf die Strecke zwischen Mittelkörper und der Prismenseite DD' in Fig. 1 (S. 393). Hierbei ist freilich zu beachten, daß der Mitführungskoeffizient in Luft gleich Null ist und daß Strecken, auf welchen der Lichtstrahl in entgegengesetzten Richtungen um den Mittelpunkt des Prismenkranzes herumläuft, mit entgegengesetzten Vorzeichen zu versehen sind.

Die Wege des Lichtstrahles im Mittelkörper seien, wie es auch bei Harreß und bei Hrn. Harzer geschieht, nicht berücksichtigt.

Ausführlicher geschrieben lautet Formel (3)

$$(4) \quad \Delta = \frac{200n^2\pi(1-x)}{x_m\lambda c} \sum_{\text{Glas}} lr + \frac{200\pi}{x_m\lambda c} \sum_{\text{Luft}} lr,$$

$$\text{wo } \sum_{\text{Glas}} lr = (8s_1 \cos \gamma_1 + s_2 \cos \gamma_2) \left(r - \frac{a}{2}\right) + (s_2 \cos \gamma_2 + a) \times \\ \left(r \cos(180^\circ - 4\alpha) + \frac{a}{2}\right) - \left(a \cos(180^\circ - 4\alpha) + \frac{a}{2}\right) a \\ = 2040,9 \text{ cm}^2$$

$$\text{und } \sum_{\text{Luft}} lr = -a(r-a) \cos(180^\circ - 4\alpha) + \frac{a^2}{2} = 18,8 \text{ cm}^2.$$

Drücken wir die Anzahl z_m Minuten mittlerer Zeit, welche zu 50 Touren der Maschine erforderlich waren, durch die direkt beobachteten z Minuten Sternzeit aus, welchen jenes Zeitintervall gleich ist, setzen wir also

$$z_m = 0,99727 z,$$

so bekommen wir

$$\text{für } \lambda = 625\mu\mu \text{ und } n_{625} = 1,57167 \quad x_{625} = 0,99627 - 0,59004 z \cdot \Delta,$$

$$\text{für } \lambda = 535\mu\mu \text{ und } n_{535} = 1,57665 \quad x_{535} = 0,99629 - 0,50188 z \cdot \Delta.$$

Die Abweichung der Harreßschen Formeln

$$x_{625} = 0,62917 z \cdot \Delta,$$

$$x_{535} = 0,49952 z \cdot \Delta$$

kommt, wie schon erwähnt, hauptsächlich daher, daß Harreß in seiner Formel für die Streifenverschiebung x fälschlich für

1 - x stehen hat, außerdem aber hat er die Wegstrecken des Lichtstrahls durch die Luft und durch den zwischen DD' und EE' liegenden Glaskörper unberücksichtigt gelassen und bei Einführung von z an Stelle von z_m einen Rechenfehler begangen.

§ 9. Zusammenstellung der Messungsergebnisse.

Die folgenden beiden Tabellen geben die Einzelresultate, welche mit den beiden farbigen Gläsern, also mit Benutzung der Wellenlängen $\lambda = 625 \mu\mu$ und $\lambda = 535 \mu\mu$ in je vier Messungsreihen erhalten wurden. z bedeutet wieder die Anzahl der Sternzeitskunden, welche der Apparat zu 50 Umdrehungen brauchte, δ die für diese Rotationsgeschwindigkeit gefundene Streifenverschiebung, ausgedrückt in Mikrometerteilen, Δ dieselbe Streifenverschiebung, ausgedrückt in Streifenbreiten, und x den Mitführungskoeffizienten, berechnet nach den Formeln

$$x_{625} = 0,99627 - 0,59004 z \cdot \Delta,$$

$$x_{535} = 0,99629 - 0,50188 z \cdot \Delta.$$

Die letzte Spalte enthält den aus den einzelnen Messungsreihen sich ergebenden Wert von x .

Tabelle I.

$\lambda = 625 \mu\mu$.

Nr.	z	δ	Δ	x	Mittelwert x
1. Reihe. $b = 1,019^p$					
1	6,09	0,120	0,118	0,572	$x = 0,596$ Mittl. F. eines Einzelresult. = $\pm 0,0240$ Mittl. F. des Mittels = $\pm 0,0066$
2	6,04	0,108	0,106	0,618	
3	5,55	0,126	0,124	0,590	
4	5,54	0,127	0,125	0,588	
5	5,43	0,118	0,116	0,625	
6	5,37	0,120	0,118	0,622	
7	5,11	0,134	0,132	0,598	
8	4,92	0,149	0,146	0,572	
9	4,81	0,152	0,149	0,573	
10	4,62	0,134	0,132	0,636	
11	4,50	0,148	0,145	0,611	
12	4,38	0,162	0,159	0,585	
13	4,18	0,179	0,176	0,562	

Tabelle I (Fortsetzung).

Nr.	x	δ	d	x	Mittelwert x
2. Reihe. $b = 1,022^P$					
1	6,03	0,121	0,118	0,576	
2	5,85	0,124	0,121	0,579	
3	5,21	0,136	0,133	0,587	
4	5,09	0,141	0,137	0,585	
5	4,92	0,151	0,147	0,569	
6	4,87	0,138	0,134	0,611	$x = 0,592$
7	4,78	0,146	0,142	0,596	Mittl. F. eines Einzelresult. = $\pm 0,0175$
8	4,70	0,153	0,149	0,583	Mittl. F. des Mittels = $\pm 0,0050$
9	4,69	0,154	0,150	0,581	
10	4,29	0,148	0,144	0,632	
11	4,13	0,168	0,162	0,602	
12	4,12	0,167	0,163	0,600	
3. Reihe. $b = 1,111^P$					
1	5,81	0,128	0,115	0,602	
2	5,60	0,133	0,120	0,600	
3	5,28	0,149	0,135	0,576	
4	5,27	0,128	0,115	0,639	
5	5,15	0,158	0,142	0,565	
6	5,14	0,142	0,128	0,608	
7	5,12	0,145	0,131	0,601	
8	5,04	0,134	0,121	0,636	
9	4,99	0,155	0,140	0,584	
10	4,97	0,165	0,149	0,559	$x = 0,586$
11	4,90	0,168	0,151	0,560	Mittl. F. eines Einzelresult. = $\pm 0,0232$
12	4,87	0,161	0,145	0,580	Mittl. F. des Mittels = $\pm 0,0052$
13	4,86	0,154	0,139	0,598	
14	4,81	0,160	0,144	0,588	
15	4,81	0,165	0,149	0,573	
16	4,78	0,163	0,147	0,582	
17	4,65	0,172	0,155	0,571	
18	4,59	0,175	0,158	0,568	
19	4,54	0,182	0,163	0,560	
20	4,54	0,177	0,159	0,570	
4. Reihe. $b = 0,995$					
1	6,69	0,097	0,097	0,613	
2	6,67	0,097	0,097	0,614	
3	5,48	0,115	0,116	0,621	
4	5,48	0,119	0,120	0,608	
5	5,24	0,127	0,128	0,601	
6	5,10	0,125	0,126	0,617	
7	5,06	0,127	0,128	0,614	
8	5,05	0,127	0,128	0,615	
9	5,05	0,129	0,130	0,609	
10	5,04	0,130	0,131	0,607	
11	5,04	0,132	0,133	0,601	
12	5,03	0,139	0,140	0,581	

Tabelle I (Fortsetzung).

Nr.	α	δ	Δ	x	Mittelwert x
13	5,01	0,135	0,186	0,594	$x = 0,590$ Mittl. F. eines Einzelresult. = $\pm 0,0187$ Mittl. F. des Mittels = $\pm 0,0032$
14	5,00	0,140	0,141	0,580	
15	4,97	0,136	0,137	0,594	
16	4,94	0,137	0,188	0,594	
17	4,92	0,143	0,144	0,578	
18	4,91	0,145	0,146	0,573	
19	4,88	0,136	0,137	0,602	
20	4,85	0,138	0,139	0,599	
21	4,84	0,152	0,153	0,559	
22	4,76	0,152	0,153	0,567	
23	4,73	0,142	0,143	0,597	
24	4,70	0,153	0,154	0,569	
25	4,66	0,151	0,152	0,578	
26	4,64	0,153	0,154	0,575	
27	4,60	0,155	0,156	0,573	
28	4,60	0,147	0,148	0,594	
29	4,52	0,160	0,161	0,567	
30	4,51	0,157	0,158	0,576	
31	4,49	0,161	0,162	0,567	
32	4,47	0,161	0,162	0,569	
33	4,45	0,162	0,163	0,568	
34	4,35	0,166	0,167	0,568	
35	4,21	0,156	0,157	0,606	

Tabelle II.

$\lambda = 585 \mu\mu$.

Nr.	α	δ	Δ	x	Mittelwert x
1. Reihe. $b = 1,018^p$					
1	5,84	0,127	0,125	0,630	$x = 0,576$ Mittl. F. eines Einzelresult. = $\pm 0,0318$ Mittl. F. des Mittels = $\pm 0,0082$
2	5,78	0,135	0,133	0,610	
3	5,74	0,145	0,142	0,587	
4	5,73	0,143	0,140	0,594	
5	5,40	0,163	0,160	0,563	
6	5,31	0,147	0,144	0,613	
7	5,28	0,168	0,165	0,559	
8	5,12	0,159	0,156	0,595	
9	5,10	0,185	0,182	0,530	
10	5,10	0,158	0,155	0,600	
11	5,09	0,179	0,176	0,547	
12	5,09	0,174	0,171	0,560	
13	4,96	0,174	0,171	0,570	
14	4,95	0,195	0,192	0,519	
15	4,89	0,182	0,179	0,557	

Tabelle II (Fortsetzung).

Nr.	x	δ	Δ	x	Mittelwert x
2. Reihe. $b = 1,153^P$					
1	8,52	0,100	0,087	0,624	
2	6,56	0,139	0,121	0,598	
3	6,48	0,144	0,125	0,590	
4	6,19	0,156	0,136	0,574	
5	6,07	0,154	0,134	0,588	
6	5,99	0,154	0,134	0,594	
7	5,92	0,157	0,137	0,589	
8	5,74	0,176	0,153	0,556	
9	5,60	0,164	0,143	0,594	
10	5,53	0,185	0,160	0,552	$x = 0,564$
11	5,50	0,194	0,168	0,532	Mittl. F. eines Einzelresult. = $\pm 0,0292$
12	5,48	0,196	0,170	0,529	Mittl. F. des Mittels = $\pm 0,0065$
13	5,39	0,199	0,173	0,528	
14	5,39	0,200	0,173	0,528	
15	5,36	0,198	0,167	0,547	
16	5,30	0,199	0,173	0,536	
17	5,27	0,195	0,169	0,549	
18	5,26	0,199	0,173	0,540	
19	5,12	0,202	0,175	0,547	
20	4,56	0,207	0,180	0,584	
3. Reihe. $b = 1,013^P$					
1	5,85	0,142	0,140	0,585	
2	5,60	0,149	0,147	0,583	
3	5,54	0,140	0,138	0,618	
4	5,26	0,166	0,164	0,563	$x = 0,583$
5	5,26	0,154	0,152	0,595	Mittl. F. eines Einzelresult. = $\pm 0,0182$
6	5,21	0,158	0,156	0,588	Mittl. F. des Mittels = $\pm 0,0061$
7	4,99	0,170	0,168	0,576	
8	4,91	0,167	0,165	0,590	
9	4,63	0,194	0,192	0,550	
4. Reihe. $b = 1,242^P$					
1	5,86	0,165	0,133	0,605	
2	5,40	0,193	0,156	0,574	
3	5,29	0,193	0,156	0,582	
4	5,17	0,204	0,164	0,571	
5	5,10	0,179	0,151	0,610	
6	4,93	0,204	0,164	0,591	
7	4,88	0,200	0,161	0,602	$x = 0,588$
8	4,86	0,201	0,162	0,601	Mittl. F. eines Einzelresult. = $\pm 0,0166$
9	4,83	0,206	0,166	0,594	Mittl. F. des Mittels = $\pm 0,0044$
10	4,83	0,213	0,172	0,579	
11	4,82	0,206	0,165	0,597	
12	4,59	0,214	0,172	0,600	
13	4,45	0,241	0,194	0,562	
14	4,37	0,248	0,200	0,558	

Als Mittelwerte der x ergeben sich aus den einzelnen Messungsreihen die folgenden Werte:

	x_{025}	x_{035}
1. Reihe	$0,596 \pm 0,0066$ (m. F.)	$0,576 \pm 0,0082$ (m. F.)
2. „	$0,592 \pm 0,0050$	$0,564 \pm 0,0065$
3. „	$0,586 \pm 0,0052$	$0,588 \pm 0,0061$
4. „	$0,590 \pm 0,0032$	$0,588 \pm 0,0044$

Bei dieser Mittelbildung sind, wie es in der Harreßschen Dissertation geschieht, die verschiedenen Resultate für x in je einer Versuchsreihe als von gleicher Zuverlässigkeit angenommen und haben daher alle das gleiche Gewicht erhalten. Nach der bei den Versuchen angewandten Methode sind aber die Messungen der Streifenverschiebung, d. h. die δ oder, was nahezu auf dasselbe hinauskommt, die Δ von gleicher Genauigkeit und daher mit gleichem Gewicht zu versehen, wie das in der Harzerschen Bearbeitung der Harreßschen Versuche geschehen ist.

Stellt man, um dem gleichen Gewicht der Δ Rechnung zu tragen, die Beobachtungsgleichungen in der Form auf

$$\frac{x_{035}}{0,59004 \cdot x} - \frac{0,99627}{0,59004 \cdot x} + \Delta = 0 \quad \text{und} \quad \frac{x_{025}}{0,50188 \cdot x} - \frac{0,99623}{0,50188 \cdot x} + \Delta = 0,$$

so erhält man aus den einzelnen Messungsreihen die von den obigen nur wenig abweichenden Werte:

	x_{035}	x_{025}
1. Reihe	$0,595 \pm 0,0040$ (m. F.)	$0,573 \pm 0,0050$ (m. F.)
2. „	$0,594 \pm 0,0031$	$0,560 \pm 0,0036$
3. „	$0,585 \pm 0,0029$	$0,581 \pm 0,0038$
4. „	$0,589 \pm 0,0018$	$0,587 \pm 0,0030$

Da die Abweichungen der aus den einzelnen Reihen hervorgehenden Werte von x zum Teil größer sind als die mittleren Fehler, so ist klar, daß bei den verschiedenen Versuchsreihen nicht nur zufällige Fehler im Spiel waren. Vereinigt man trotzdem die letzt hingeschriebenen Werte nach der Methode der kleinsten Quadrate, indem man das Gewicht dem reziproken Wert des Quadrates des mittleren Fehlers proportional setzt, zu Endwerten, so findet man

$$x_{025} = 0,590 \pm 0,0013 \quad \text{und} \quad x_{035} = 0,577 \pm 0,0018,$$

wobei die angegebenen mittleren Fehler jedoch kaum Anspruch auf Beachtung erheben können.

Obwohl die für x_{625} und x_{635} gefundenen Werte ziemlich weit auseinander liegen, so ist durch die Versuche doch nicht als erwiesen anzusehen, daß der Wert der Mitführungskoeffizienten von der Wellenlänge des Lichtes abhängt; ist doch der Mitführungskoeffizient für rotes Licht in der dritten Versuchsreihe kleiner herausgekommen als der für grünes Licht in der vierten Versuchsreihe, während im allgemeinen das umgekehrte Verhältnis stattfindet. Der Theorie nach müßte aber der Mitführungskoeffizient für rotes Licht kleiner sein als der für grünes Licht, da die Formel $x = 1 - \frac{1}{n^2}$ für $n = 1,57167$ und $n = 1,57665$ die Werte liefert

$$x_{625} = 0,5952 \quad \text{und} \quad x_{635} = 0,5977.$$

Es haben bei den Harreßschen Versuchen offenbar manche Umstände eine nicht gar unbedeutende Unsicherheit des Resultates veranlaßt, weshalb eine Wiederholung der Versuche sehr erwünscht wäre. Gerade mit Rücksicht auf eine spätere Wiederholung sind im Vorstehenden die Erfahrungen, welche Harreß gemacht hat, und zwar auch die ungünstigen Erfahrungen, welche mit dieser und jener Anordnung gemacht wurden, ausführlich mitgeteilt worden. Auf die Notwendigkeit einer noch exakteren Konstruktion des Rotationsapparates deutet der von Harreß erwähnte Umstand hin, daß während der ersten Zeit der Untersuchung die Interferenzstreifen noch bei 1800 Umdrehungen des Apparates pro Minute gut zu sehen waren, bei den definitiven Messungen aber nicht über 750 Umdrehungen hinausgegangen werden konnte, und daß neue Justierung und stärkere Befestigung der Prismen keine Besserung brachte. Ferner macht Hr. v. Laue darauf aufmerksam, daß die Einzelwerte von x in Tab. I, Reihe 3 und 4, und in Tab. II, Reihe 1 und 2 anfangs, d. h. bei langsamerer Rotation des Apparates, über dem Mittelwert und gegen das Ende hin, bei schnellerer Rotation, unter dem Mittelwert liegen. Man darf wohl vermuten, daß die hier wirkende Fehlerquelle auch schon die ersten Messungen beeinflußt hat und das Resultat daher hat zu niedrig herauskommen lassen. — Eine weitere Fehlerursache war die Höhenänderung der Lichtquelle, infolge deren der Weg der Lichtstrahlen in den Prismen nicht dauernd derselbe war, d. h. nicht dauernd seine mittlere Lage beibehielt. Auch

wäre die Anwendung monochromatischen Lichtes, wenn ihm die genügende Intensität hätte erteilt werden können, sicherlich dem durch Filter hindurchgegangenen Licht vorzuziehen gewesen.

All diese Mängel fallen aber kaum der Methode zur Last, dürften vielmehr bei Wiederholung der Versuche zu vermeiden sein. Die Ergebnisse der Harreßschen Untersuchung können zu einer Wiederholung der Versuche nur ermutigen.

(Eingegangen 21. Januar 1920.)

2. Zum Versuch von F. Harreß; von M. v. Laue.

In der vorhergehenden Veröffentlichung berichtet Hr. Knopf über einen Versuch des verstorbenen Franz Harreß aus den Jahren 1909—1911, bei welchem mittels einer Interferenzerscheinung die Fortpflanzung des Lichts in einem sich drehenden Glaskörper beobachtet wird. Nahe verwandt ist ihm der von Sagnac¹⁾ 1913 veröffentlichte; der wesentliche Unterschied liegt darin, daß bei diesem der leere Raum Träger der Lichtfortpflanzung ist (genauer: Luft von Atmosphärendruck; doch unterscheidet sie sich optisch zu wenig vom leeren Raum, als daß es auf den Unterschied ankäme) und sich nur alle Spiegel und sonstige, den Lichtweg im Interferometer bestimmende Apparate mit drehen. Daß bei Sagnac auch noch die Lichtquelle und der Beobachtungsapparat für die Interferenzstreifen an der Drehung teilnehmen, während sie bei Harreß feststehen, bedingt keinen wesentlichen Unterschied. Die zur Interferenz kommenden Strahlen durchlaufen bei beiden Versuchen zwischen ihrer Trennung und Wiedervereinigung nur in Drehung befindliche Teile der Anordnung. Vor- und nachher erleiden beide Strahlen die gleichen Schicksale — das gilt sowohl bei Harreß wie bei Sagnac — und für die Interferenzerscheinung sind gemeinsame Schicksale bedeutungslos.

Beide Versuche beweisen zunächst, daß die optischen Vorgänge in einem sich gegen die Erde drehenden Bezugssystem anders verlaufen als in einem mit der Erde fest verbundenen; letzteres dürfen wir hier mit hinreichender Annäherung als ein berechtigtes System im Sinne der beschränkten Relativitätstheorie betrachten. Für mechanische Vorgänge liefert

¹⁾ G. Sagnac, Compt. rend. 157. S. 708 u. 1410. 1913; Journ. d. Phys. (5) 4. S. 177. 1914.

bekanntlich jeder Versuch über die Zentrifugalkraft den entsprechenden Beweis (Sagnacs Deutung seines Versuchs als eines Nachweises für das Dasein eines „Äthers“ ist durchaus nicht zwingend). Daß dieser Unterschied zwischen den genannten Bezugssystemen nach der Auffassung der allgemeinen Relativitätstheorie kein ursprünglicher ist, sondern die Folge ihrer verschiedenen Bewegung gegen das Fixsternsystem, brauchen wir hier nicht in Betracht zu ziehen.

Schon 1911 habe ich die relativistische Theorie für den später von Sagnac ausgeführten Versuch gegeben¹⁾ und möchte hier den Harreßschen Versuch in die Theorie mit einbeziehen. Insofern es sich bei ihm um die Lichtausbreitung in bewegten Körpern handelt, liegt letzterer in nächster Nachbarschaft des alten Fizeauschen und des neuen Zeemanschen²⁾ Interferenzversuchs. Wir möchten im folgenden den Zusammenhang dieser Versuche besonders hervorheben.

In die Rechnung, welche Harreß selbst seinem Versuche beigab, hatte sich ein Versehen eingeschlichen, welches die Versuchsergebnisse zunächst unverständlich machte. Harzer³⁾ hat dies bemerkt und eine Berechnung veröffentlicht, deren Ergebnis im wesentlichen richtig ist und zusammen mit einer Notiz von Einstein⁴⁾ die Harreßschen Messungen mit genügender Genauigkeit zu deuten vermag. Aber volle Befriedigung vermögen wir auch bei dieser Form der Theorie nicht zu empfinden. Zunächst — das ist zwar bei der bisherigen Genauigkeit des Harreßschen Versuches ohne praktische, wohl aber von grundsätzlicher Bedeutung — übersieht Harzer, daß auch die in Luft liegenden Teile des im Rotationsapparat zurückgelegten Lichtweges zum Phasenunterschied bei der Interferenz etwas beitragen. Sodann zieht Harzer mit vollem Recht in Betracht, daß im sich drehenden Körper sich der Lichtstrahl krümmen muß. Aber der Ansatz, aus welchem

1) M. Laue, Münch. Sitz.-Ber. 1911. S. 404. Vgl. auch H. Witte, Verh. d. D. Phys. Ges. 16. S. 142 u. 754. 1914.

2) P. Zeeman, Versl. Akademie Amsterdam 28. S. 1451. 1919; P. Zeeman u. A. Snethlage, ebenda 28. S. 1462. 1919.

3) P. Harzer, Astron. Nachr. 198. S. 378. 1914 u. 199. S. 10. 1914.

4) A. Einstein, Astron. Nachr. 199. S. 9 u. 47. 1914.

er seine Gestalt ermittelt¹⁾, ist unseres Erachtens nicht selbstverständlich, wenngleich er sich wohl aus der Relativitätstheorie beweisen läßt. Ebenso ist Harzer im Recht, wenn er das Spiegelungs- und Brechungsgesetz im Hinblick auf die Bewegung des Körpers verändert; ob sich aber die Art, wie er es tut, aus der Relativitätstheorie zu rechtfertigen ist, haben wir nicht zu entscheiden vermocht. Und schließlich — und das ist fast die Hauptsache — kann man sehr einfach zeigen, daß die Krümmung des Lichtstrahls und die Veränderungen bei der Spiegelung und Brechung, gleichgültig, wie man sie berechnet, für diesen Phasenunterschied nichts ausmachen, solange man sich, was selbstverständlich durchaus berechtigt ist, auf Glieder erster Ordnung in dem Verhältnis der Körper- zur Lichtgeschwindigkeit beschränkt. Das aber macht die Theorie sehr viel übersichtlicher.

Der Vollständigkeit wegen, und weil Einsteins Bemerkung den meisten Fachgenossen nicht ganz leicht zur Hand ist, geben wir in §§ 2 und 3 deren Inhalt wieder.

§ 1. Im Unterschiede gegen den Fizeauschen und den Zeemanschen Versuch pflanzt sich bei Harreß das Licht nicht in der Bewegungsrichtung des Körpers oder entgegengesetzt fort, sondern unter einem beliebigen Winkel. Ist dieser Winkel, bezogen auf das Ruhssystem des Körpers ϑ^0 , hat die Geschwindigkeit des Körpers gegen das der Betrachtung zugrunde gelegte berechnete Bezugssystem — hier also gegen die Erde — den Betrag q , und bedeuten, wie üblich, c die Lichtgeschwindigkeit im leeren Raum und n^0 den Brechungsindex des Körpers, bezogen auf das Ruhssystem, so hat die Phasengeschwindigkeit des Lichts gegen das genannte Bezugssystem nach der Relativitätstheorie den Betrag²⁾

$$V = c \frac{c + q n^0 \cos \vartheta^0}{V(q + c n^0 \cos \vartheta^0)^2 + n^{02}(c^2 - q^2) \sin^2 \vartheta^0}$$

Wir vernachlässigen im folgenden stets alle Glieder zweiter und höherer Ordnung in q/c , und können dann schreiben

1) Wir meinen Harzers Gleichungen

$$\frac{dx}{dt} = -\omega k y, \quad \frac{dy}{dt} = v + \omega k x$$

auf S. 379 a. a. O.

2) Vgl. M. v. Laue, Das Relativitätsprinzip, Gl. (257).

$$(1) \quad V = \frac{c}{n^0} + q \cos \vartheta \left(1 - \frac{1}{n^2}\right),$$

wobei wir den Winkel ϑ auf das System beziehen, gegen welches sich der Körper mit der Geschwindigkeit q bewegt. Gleichung (1) beweist, daß zu dem Wert c/n^0 , der im Falle der Ruhe gälte, die Komponente der Körpergeschwindigkeit nach der Strahlrichtung¹⁾ multipliziert mit dem Mitführungskoeffizienten $(1 - 1/n^2)$ hinzutritt.

Die Transformationsformel für die Schwingungszahl vom Ruhesystem auf das gegen die Erde feste lautet streng

$$v = v^0 \frac{c + q n^0 \cos \vartheta^0}{\sqrt{c^2 - q^2}},$$

also bis auf Glieder zweiter und höherer Ordnung

$$(1a) \quad v = v^0 \left(1 + \frac{q n}{c} \cos \vartheta\right).$$

§ 2. Beim Fizeauschen Interferenzversuch durchläuft das Licht eine *feststehende* Röhre von der Länge l , in welcher Wasser mit der Geschwindigkeit q in der Strahlrichtung oder ihr entgegen strömt. Die Zeit, welche der im Sinne der Strömung laufende Strahl zur Durchlaufung der Röhre braucht, ist nach (1)

$$(2) \quad t_+ = l : \left[\frac{c}{n^0} + q \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \right] = \frac{l n^0}{c} \left[1 - \frac{q n}{c} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \right].$$

Nun ist aber die relative Schwingungszahl v^0 des Lichtes gegen das Wasser eine andere, als die gegen das an der Erde feste Bezugssystem, v . Da der Übertritt des Lichts in und aus dem Wasser an *feststehenden* Flächen vor sich geht²⁾, bleibt nämlich auch während der Fortpflanzung im Wasser

1) Genauer genommen handelt es sich um die Richtung der Wellennormale. Da der Richtungsunterschied zwischen beiden aber selbst von der ersten Ordnung klein ist, spielt das hier keine Rolle. Harreß begründet in seiner Dissertation Gl. (1) aus dem Einsteinschen Additionstheorem der Geschwindigkeit, das jedoch bekanntlich nicht für die Phasengeschwindigkeit der Lichtwellen gilt.

2) Natürlich beginnt die Wasserströmung nicht unmittelbar hinter den Platten, durch welche das Licht ein- und austritt, sondern das Licht gelangt erst allmählich in das Gebiet der vollen Geschwindigkeit q . Da aber die Strömung stationär ist, der Ort jeder Geschwindigkeitsänderung längs des Strahlenganges also feststeht, so bleibt die im Text angestellte Überlegung dennoch richtig.

die Schwingungszahl gegen das genannte Bezugssystem erhalten. Infolgedessen wird nach (1a)

$$\nu^0 = \nu \left(1 - \frac{q n}{c}\right),$$

und der in (2) einzusetzende Brechungsindex n^0 ist aus dem Brechungsindex n des ruhenden Wassers für die Schwingungszahl ν zu berechnen nach der Formel

$$n^0 = n \left(1 - \frac{q \nu}{c} \frac{dn}{d\nu}\right).$$

Setzen wir diesen Wert in (2) ein, so finden wir mit H. A. Lorentz¹⁾:

$$(3) \quad t_+ = \frac{ln}{c} \left[1 - \frac{qn}{c} \left(1 - \frac{1}{n^2} + \frac{\nu}{n} \frac{dn}{d\nu}\right)\right].$$

Für den zwischen den Durchlaufzeiten beider Strahlen bestehenden Unterschied folgt daraus:

$$(4) \quad t_+ - t_- = \tau = -\frac{2lqn^2}{c^2} \left(1 - \frac{1}{n^2} + \frac{\nu}{n} \frac{dn}{d\nu}\right).$$

Dies ist die Formel, welche Fizeau, Michelson und Morley und schließlich mit einer Genauigkeit von einigen Tausendsteln Zeeman bestätigt haben.²⁾

§ 3. Beim Zeemanschen Versuch ist die feststehende Röhre mit dem strömenden Wasser ersetzt durch einen Körper, welcher sich als Ganzes mit der Geschwindigkeit q in der Richtung des einen Strahls und dem anderen entgegen bewegt. Um zu berechnen, wie die Durchlaufzeit für den ersteren Strahl durch die Geschwindigkeit q beeinflusst wird, führen wir zweckmäßig den Begriff der Relativgeschwindigkeit des Lichts gegen den Körper ein, diese bezogen auf das an der Erde feste Bezugssystem. Sie beträgt nach (1), da $\cos \vartheta = 1$ zu setzen ist:

$$(5) \quad V - q = \frac{c}{n^0} - \frac{q}{n^2}.$$

Denn für zwei Geschwindigkeiten, welche sich auf das gleiche System beziehen, gilt auch nach der Relativitätstheorie die

1) H. A. Lorentz, Versuch einer Theorie der elektrischen und optischen Erscheinungen in bewegten Körpern. Leiden 1895, S. 101 ff.

2) A. A. Michelson u. E. W. Morley, American Journ. of science 31. S. 377. 1886; P. Zeeman, Verslagen Akad. Amsterdam 23. S. 245. 1914; 24. S. 18. 1915.

gewöhnliche Vektoraddition; beim Einsteinschen Additionstheorem der Geschwindigkeiten ist es gerade wesentlich, daß die zu addierenden Geschwindigkeiten sich auf verschiedene Systeme beziehen. Die Zeit, in der dieser Strahl die Strecke l im Körper durchläuft, ist demnach

$$T_+ = \frac{l}{V - q}.$$

Nun ist aber noch zu bedenken, daß das Licht, wenn es wie beim Zeemanschen Versuch, durch zwei zur Strecke l senkrechte Endflächen ein- und austritt, infolge der Bewegung eine kürzere Strecke in Luft zurücklegt, als wenn der Körper ruht. Denn während der Zeit T_+ verschiebt sich der Körper um die Strecke $T_+ \cdot q$. Bezeichnen wir also mit L den Abstand der beiden dem bewegten Körper nächsten *feststehenden* Teile der Versuchsanordnung, so braucht der genannte Strahl, um von dem einen dieser Teile zum anderen zu kommen, die Zeit

$$(6) \quad \begin{cases} t_+ = T_+ + \frac{1}{c} (L - (l + T_+ q)) \\ \quad \quad \quad = \frac{1}{c} (L - l) + \frac{l}{c} \left(n^0 + \frac{q}{c} (1 - n) \right). \end{cases}$$

Auch hier ist die Schwingungszahl in dem mit dem Körper verbundenen Bezugssystem eine andere als in dem erdfesten. Und zwar bleibt diesmal beim Ein- und Austritt des Lichts die Schwingungszahl zu ersterem erhalten, weil die Flächen, an denen dies geschieht, die Bewegung des Körpers teilen. In (1a) ist diesmal $n = 1$ zu setzen, wenn wir für das im leeren Raum fortschreitende Licht v^0 aus v berechnen wollen; also:

$$v^0 = v \left(1 - \frac{q}{c} \right), \quad n^0 = n - \frac{v q}{c} \frac{dn}{dv}.$$

Setzt man dies in (6) ein, so folgt:

$$t_+ = \frac{1}{c} \left(L - l(1 - n_0) \right) + \frac{l q}{c^2} \left(1 - n - v \frac{dn}{dv} \right).$$

Der Zeitunterschied für beide Strahlen ist danach

$$(7) \quad \tau = t_+ - t_- = \frac{2 l q}{c^2} \left(1 - n - v \frac{dn}{dv} \right).$$

Dies ist die von Einstein, Zeeman und H. A. Lorentz¹⁾ aufgestellte und von Zeeman auch im wesentlichen betätigte Formel.

Wir kommen nun dem Harreßschen Versuch schon ganz nahe, wenn wir den Zeemanschen Versuch gemäß Fig. 1 abgeändert denken. Bei ihr tritt das Licht nicht durch zwei

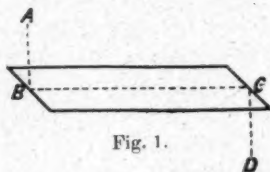


Fig. 1.

zur Geschwindigkeit senkrechte Flächen ein und aus, sondern dies geschieht an zwei zur Geschwindigkeit parallelen. Der von A kommende Strahl wird nach seinem Eintritt bei B an einer der Endflächen des Körpers nach C und

dort an der anderen Endfläche nach D gespiegelt. Schreiben wir hier dem Körper wieder die Länge $l (= BC)$ zu und die Breite b , so braucht der im Sinne der Bewegung laufende Strahl in ihm die Zeit

$$(8) \quad t_+ = \frac{l}{V - q} + \frac{bn^0}{c} = \frac{ln^0}{c} \left(1 + \frac{q}{nc} \right) + \frac{bn^0}{c}.$$

Die Strecke, welche er in Luft zurückzulegen hat, wird durch die Bewegung nicht verändert. Ferner bleibt die Schwingungszahl ν^0 , die sich auf das mitbewegte System bezieht, bei den Spiegelungs- und Brechungsvorgängen an den mitbewegten End- und Grenzflächen des Körpers erhalten. Da ferner vor dem Ein- und nach dem Austritt die Strahlrichtung zur Geschwindigkeit q senkrecht ist²⁾, stimmen nach (1a) ν und ν^0 hier überein. Somit ist überhaupt $\nu^0 = \nu$, $n^0 = n$ zu setzen und wir finden nach (8)

$$(8a) \quad \tau = t_+ - t_- = \frac{2lq}{c^2}.$$

Im Gegensatz zu den Gleichungen (4) und (7) ist hier der Brechungsindex ganz herausgefallen. Auch hat τ und damit die Streifenverschiebung das entgegengesetzte Vorzeichen erhalten, wie beim Fizeauschen Versuch. Dort beschleunigt

1) Vgl. die angeführte Arbeit von Zeeman und Snelthage.

2) Das gilt nur für das Ruhesystem streng; in dem erdfeesten System weicht die Strahlrichtung wegen der Aberration um einen kleinen Winkel erster Ordnung davon ab. Doch braucht das in (1a) wegen unserer Beschränkung auf Größen erster Ordnung nicht berücksichtigt zu werden.

nämlich die Mitführung den mit der Bewegung der Materie laufenden Strahl, so daß er die feststehende Strecke l in kürzerer Zeit zurücklegt als im Ruhefall. Hier hingegen laufen alle Teile des Apparates vor dem genannten Strahl fort, und dadurch wird jene Verkürzung aufgehoben und sogar ins Gegenteil verkehrt.

Den tiefsten Grund für die Unabhängigkeit des Zeitunterschieds vom Brechungsindex zeigt aber die Lorentz-Transformation. Ein Glasstab ruhe im Bezugssystem K' , seine Endflächen mögen die Gleichungen $x' = 0$ und $x' = l$ haben. Zur Zeit $t' = -n^0 l : c$ entsenden wir von jeder dieser Flächen eine bestimmte Phase einer sinusförmigen Lichtwelle nach der gegenüberliegenden Fläche. Beide Phasen erreichen ihr Ziel zur Zeit $t' = 0$. Nun beziehen wir diesen Vorgang auf ein System K , gegen welches K' die Geschwindigkeit q in der positiven x' -Richtung hat. Die Transformationsgleichung für die Zeit lautet:

$$t = \frac{c}{\sqrt{c^2 - q^2}} \left(t' + \frac{q x'}{c^2} \right).$$

Nur der zweite Summand im Zähler bedingt hier die Zeitdifferenz τ . Für den in der positiven x' -Richtung laufenden Strahl sind nämlich Abgangs- und Ankunftszeit der betrachteten Phase, bezogen auf K

$$-\frac{n^0 l}{\sqrt{c^2 - q^2}} \quad \text{und} \quad \frac{q l}{c \sqrt{c^2 - q^2}}.$$

Die Durchlaufzeit ist die Differenz davon, also in Gliedern erster Ordnung

$$t_+ = \left(n^0 + \frac{q}{c} \right) \frac{l}{c}.$$

Die Zeit, welche das Licht in Fig. 1 für die zu BC senkrechten Wege braucht, wird durch die Transformation nicht in Gliedern erster Ordnung verändert. Stimmen also in beiden Strahlen die relativen Schwingungszahlen überein, so schließen wir aus dem letzten Ausdruck:

$$\tau = t_+ - t_- = \frac{2lq}{c^2}.$$

§ 4. Der Harreßsche Versuch unterscheidet sich von dem in Fig. 1 beschriebenen nur dadurch, daß die rein trans-

latorische Geschwindigkeit der Glaskörper durch eine Drehung ersetzt ist. Technische Gründe haben zu dieser Änderung geführt. Für die Theorie bedeutet sie eine gewisse Erschwerung, weil mit der Drehung Beschleunigungen verbunden sind. Man weiß aber wohl noch nicht sicher, wie diese auf die optischen Vorgänge in der Materie wirken. Die allgemeine Relativitätstheorie wäre freilich zu Aussagen darüber imstande und wir wollen zunächst zeigen, daß sie keine bemerkbaren Beschleunigungseinflüsse erwarten läßt. Die vorkommenden Zentrifugalkräfte sind nämlich der Größenordnung nach höchstens 10 bis 100 mal so groß wie die Erdanziehung auf denselben Körper. Da nun die Schwerebeschleunigung selbst an weit mächtigeren Himmelskörpern, als es die Erde ist, keinen für die hier zu erreichende Genauigkeit bemerkbaren Einfluß auf die optischen Vorgänge ausübt, so ist auch beim Harreßschen Versuch kein solcher zu erwarten.¹⁾

Nun braucht man ja freilich Aussagen der allgemeinen Relativitätstheorie noch nicht für unbedingt richtig zu halten. Dann aber fehlt uns jeder Anhalt über die Wirkung der Beschleunigungen und man muß mangels eines Besseren zunächst so rechnen, als gäbe es keine. (Dies tut auch Harzer a. a. O.) Übrigens kämen solche Wirkungen, sofern sie die Bahn des Lichtstrahls beeinflussen, für den zu berechnenden Phasenunterschied nicht in Frage. Nur wenn sie den absoluten Wert der Lichtgeschwindigkeit betreffen, könnten sie, wie sogleich zu beweisen ist, etwas ausmachen.

Wir beginnen nun mit dem angekündigten Beweis, daß alle durch die Drehung hervorgerufenen Änderungen des Strahlenganges relativ zum Apparat für die Interferenzerscheinung in den Gliedern erster Ordnung nichts ausmachen. Wir denken uns den Apparat zunächst in Ruhe und betrachten einen Strahl, welcher vom Punkte P der Trennungsplatte im Sinne der späteren Drehung umlaufend zum Punkte Q dieser Platte gelangt. Sein Weg besteht aus einer Reihe gerader Strecken; die Länge irgendeiner davon bezeichnen wir mit l .

$\sum \frac{l}{v} = \sum \frac{ln}{c}$ ist die Zeit, welche er zur Zurücklegung des

1) Diese Bemerkung verdanke ich einem Gespräche mit Hrn. W. Wien.

geschilderten Weges braucht. Auch bei einer Drehung des Apparates gibt es einen Strahl, welcher im Sinne der Drehung umlaufend von dem mitbewegten Punkte P zu dem ebenfalls mitbewegten Punkte Q gelangt. Die Drehung bewirkt einmal eine Veränderung der Relativgeschwindigkeiten V , mit welchen die Strecken l durchlaufen werden (wir rechnen hier vorbehaltlich des Beweises so, als ob auf jeder Strecke l V konstant bliebe), sodann aber infolge der Verlagerung des relativen Strahlenganges Änderungen der Strecken l selbst. Die Gesamtänderung der Durchlaufzeit beträgt:

$$\sum \delta \left(\frac{1}{V} \right) \cdot l + \sum \frac{n \delta l}{c}.$$

Hierin ist nun das zweite Glied nach dem Fermatschen Satze vom ausgezeichneten Lichtweg klein von der zweiten Ordnung; denn die Veränderungen δl sind höchstens von der Ordnung q/c . Und damit ist der Beweis geliefert; er gilt unabhängig davon, wie man die Veränderungen δl berechnet.

Nun liegt zwar der weitere Einwand nahe: Die betrachteten Strahlen haben in P und Q verschiedene Richtungen. Für einen auf Unendlich eingestellten Beobachtungsapparat, in dessen Brennebene die Interferenzen erscheinen, sind sie also nicht gleichwertig.¹⁾ Damit überschreitet man aber den Geltungsbereich der geometrischen Optik. Die in Rede stehenden Richtungsunterschiede sind von der ersten Ordnung in q/c . Für den Rand des Harreßschen Apparates ist q stets kleiner als $2 \cdot 10^3$ cm/sec⁻¹, ein Wert, der etwa 1000 Umdrehungen in der Minute entspräche. Infolgedessen ist der Winkel zwischen beiden Strahlen von der Größenordnung 10^{-7} . Die ausgenutzte Öffnung des Beobachtungsapparates war sicherlich in einem Quadrat von 3,6 cm Seitenlänge enthalten. Denn nach S. 22 der Harreßschen Arbeit sind die Austrittsflächen der Prismen für das Licht solche Quadrate. Der Beobachtungsapparat kann also nur Winkel auflösen, welche von der Größenordnung 10^{-8} oder größer sind. Die hier in Frage kommenden liegen aber, wie gezeigt, wesentlich unter dieser Grenze.

1) Harreß erklärt die Interferenzerscheinung für Planparallelitätsringe. Es muß dahingestellt bleiben, ob er nicht tatsächlich eine andere Interferenzerscheinung eingestellt hatte.

Wir schließen daraus, daß Verlagerungen des relativen Lichtweges für die Berechnung von τ nicht zu berücksichtigen sind.¹⁾

§ 5. Nach diesen Vorbereitungen stellen wir zunächst fest: 1. Nach Gleichung (1a) kommt es für die absolute Phasengeschwindigkeit V des Lichts gegen das an der Erde feste Bezugssystem nicht auf die zur Strahlrichtung senkrechte Komponente der Körpergeschwindigkeit an, sondern nur auf die dazu parallele. 2. Hat eine Gerade l den kleinsten Abstand r von der Drehungsachse und bildet ihre Richtung mit dieser den

1) Für § 4 liefert uns Hr. Harzer eine erfreuliche Bestätigung in dem folgenden Absatz seiner Arbeit:

„Nimmt man mit Hrn. Harreß an, daß die Strahlen im rotierenden Mittel die geradlinige Gestalt behielten, die sie im ruhenden Mittel haben, und schreibt man dementsprechend die durch die Rotation bewirkte Veränderung nur der durch die Mitführung entstehenden Veränderung der relativen Geschwindigkeit auf den unveränderten Wegen zu, so entsteht die Formel

$$\delta \varphi = \lambda (1 - k) \omega \frac{\sum p q}{\lambda v},$$

die sich inhaltlich von der Formel, die Hr. Harreß auf S. 59 gibt, nur durch die Vertauschung von k mit $1 - k$ unterscheidet. . . .

Es war in Hinblick auf den idealen Fall, den der Apparat nach Möglichkeit zu realisieren strebt, eine gewisse Ähnlichkeit dieser Zahlen mit den für den wirklichen Fall geltenden von vornherein zu erwarten; daß sich aber die Annahme über die unveränderliche Gestalt der Strahlen, die für die einzelnen Wege zwischen zwei optisch wirkenden Flächen ganz unzutreffend ist, für die Gesamtheit der Wege mit dem alle Stellen der Rechnung umfassenden hohen Grade der Annäherung als zulässig erweist, ist sehr überraschend. Eine auf einer analytischen Untersuchung beruhende Erklärung dieser nahen Übereinstimmung habe ich nicht gefunden; ich muß sie deshalb in der unbestimmten Bedeutung des Wortes als zufällig bezeichnen.“

Soweit Hr. Harzer. Wir haben nur noch die Vermutung hinzuzufügen, daß er auch in seiner Formel, nicht nur bei der Zahlenrechnung, den Einfluß der Krümmung hätte verschwinden sehen, wenn er auch die schon erwähnten Luftstrecken mitberücksichtigt hätte. Die von ihm genannte Gleichung ist, abgesehen von diesem Unterschied, mit unserer Formel (11) gleichlautend. Denn es bedeuten p und q die Strecken l und r , es ist $v = c/n$ und $k = 1 - n^{-2}$; die von uns berechnete Zeitdifferenz τ ist aber gleich $\delta \varphi \frac{\lambda}{v}$. Schließlich ist bei Hrn.

Harzer stets $\sin \Theta = 1$.

Winkel Θ , so ist in jedem ihrer Punkte die Komponente der Körpergeschwindigkeit nach ihrer Richtung gleich $\omega r \sin \Theta$, wobei ω die Winkelgeschwindigkeit der Drehung bedeutet. Beweis: Wir wählen die Drehungsachse als z -Achse, den kürzesten Abstand r als y -Achse eines rechtwinkligen Achsenkreuzes. Die Gerade l hat dann die Gleichungen $y = r$, $x:z = \tan \Theta$. Die Geschwindigkeit q aber hat in irgendeinem Punkte der Geraden die Komponenten $q_x = \omega r$, $q_z = 0$. Daraus schließen wir auf den Winkel zwischen l und q : $\cos(lq) = \frac{q_x}{q} \sin \Theta$, also $q \cos(lq) = \omega r \sin \Theta$. Die Phasengeschwindigkeit des Lichts gegen das erdfeste Bezugssystem ist infolgedessen nach (1):

$$(9) \quad V = \frac{c}{n^0} + \omega r \sin \Theta \left(1 - \frac{1}{n^2}\right).$$

Von größter Wichtigkeit ist nun die Frage nach der Schwingungszahl ν^0 des Lichts gegen den Glaskörper, da von ihm, wie schon in den oben besprochenen Fällen, der Brechungsindex n^0 abhängt. Wir fragen zuerst: Ändert sich die relative Schwingungszahl, während das Licht von einer Spiegelungsstelle zur anderen fortschreitet? Die Antwort lautet: Nein. Denn bei diesem Vorgang bleibt die Schwingungszahl ν zum erdfesten Bezugssystem jedenfalls erhalten; bestände zwischen zwei raumfesten Punkten ein Unterschied der Schwingungszahlen, so bedeutete das ja eine dauernd wachsende Phasenverschiebung der Schwingungen in ihnen, welche nicht möglich ist. Da aber auf der ganzen geradlinigen Strahlenbahn die Komponente $q \cos \vartheta$ denselben Wert hat, so bleibt nach (1a) auch ν^0 erhalten. Freilich ist der Strahl nicht genau geradlinig; jedenfalls sind aber die vorkommenden Richtungsänderungen klein von der ersten Ordnung in q/c , kommen also in dem zweiten Gliede von (1a), das selbst zu q/c proportional ist, nicht in Betracht. Die Spiegelungen und Brechungen geschehen alle an mitbewegten Flächen, lassen somit auch die relative Schwingungszahl ν^0 ungeändert. Schließlich hat das Licht unmittelbar vor seinem Eintritt und nach seinem Austritt aus den beweglichen Teilen der Versuchsanordnung eine Richtung senkrecht zu der dort herrschenden Geschwindigkeit, so daß hier die relative und die absolute Schwingungszahl ν^0 und ν übereinstimmen. Somit ist überall im Interferometer $\nu^0 = \nu$.

und $n^0 = n$, wobei unter n der ohne Rücksicht auf die Bewegung zu berechnende Brechungsindex der Glaskörper zu verstehen ist.

§ 6. Die Berechnung des Zeitunterschieds τ können wir nun leicht durchführen. Dividieren wir jede Teilstrecke l des relativen Strahlengangs durch die zugehörige Relativgeschwindigkeit, welche für den mit der Drehung umlaufenden Strahl nach (9) den Betrag

$$V - q \cos(q l) = V - \omega r \sin \Theta = \frac{c}{n} - \frac{\omega r}{n^2} \sin \Theta$$

hat, so finden wir für die Zeit, welche dieser Strahl von der Trennung bis zur Wiedervereinigung mit dem anderen braucht:

$$(10) \quad t_+ = \sum \frac{l n}{c} + \frac{\omega}{c^2} \sum r l \sin \Theta.$$

Für den Zeitunterschied folgt daraus:

$$(11) \quad \tau = t_+ - t_- = \frac{2\omega}{c^2} \sum r l \sin \Theta.$$

Darauf, daß die über alle Teile des Strahls, auch die in Luft liegenden, zu erstreckende Summe auch negative Glieder enthält, macht Hr. Knopf auf S. 440 aufmerksam.

Dieser Zeitunterschied hat eine doppelte Ursache. Einmal nämlich die Mitführung des Lichts durch bewegte Körper, sodann aber die Tatsache, daß jeder Teil des Apparates bei der Drehung vor dem einen Strahl fortläuft, dem anderen aber entgegenkommt. Beide Ursachen zusammen ergeben nach (11) eine vom Brechungsindex unabhängige, somit für alle Körper übereinstimmende Zeitdifferenz. Selbst wenn man, wie Sagnac, den leeren Raum zum Träger der Lichtausbreitung wählt, so daß jede Mitführung fortfällt, bringt die zweite, rein geometrische Ursache noch die gleiche Streifenverschiebung hervor. Harreß hatte in seiner Dissertation nur die erste Ursache in Rechnung gesetzt.

Läßt man den Wert des Mitführungskoeffizienten zunächst unbestimmt (Bezeichnung: x) und setzt man dementsprechend nach (9):

$$V = \frac{c}{n} + x \cdot \omega r \sin \Theta,$$

so findet man statt (11) die entsprechende Formel in der Schreibweise von Hrn. Knopf:

$$\tau = \frac{2\omega}{c^2} \sum [n^2(1-x) \sin \Theta r l].$$

$l \sin \Theta$ ist die Projektion eines Teils des Strahls, wie er im Ruhefall verläuft, auf eine zur Drehungsachse senkrechte Ebene. $\frac{1}{2} l r \sin \Theta$ ist somit die Dreiecksfläche, welche durch diese Projektion und die geraden Verbindungen ihrer Endpunkte mit dem Durchstoßpunkt der Achse durch die Ebene begrenzt ist. Der Mittelstrahl kehrt zu seinem Ausgangspunkt zurück; für ihn ist $\frac{1}{2} \sum r l \sin \Theta = F$ die von seiner Projektion umschlossene Fläche. Somit läßt sich Gleichung (11) an die früher beim Sagnacschen Versuch gewählte Form schreiben:

$$\tau = \frac{4\omega F}{c^2}.$$

§ 7. Zum Schluß müssen wir noch untersuchen, wie die Breite des zur Interferenz benutzten Strahlenbündels die Erscheinung beeinflußt. Es liegt hier nämlich der ganz ungewöhnliche Fall vor, daß in den beiden Scharen paralleler Strahlen, welche das Fernrohr in einem Punkt vereinigt, der Zeitunterschied τ zwischen je zwei sich entsprechenden schon erheblich veränderlich ist. Darauf hat schon Harreß hingewiesen; er sowohl wie Hr. Knopf geben für die Zeitdifferenz, berechnet für einen zum Mittelstrahl der Fig. 1 bei Harreß parallelen Strahl, dessen Abstand vom Mittelstrahl aber die zur Drehachse senkrechte Komponente δ hat, eine Formel

$$(12) \quad \tau = \tau_0 - f(\delta).$$

τ_0 bedeutet hier den Wert von τ für den Mittelstrahl, f ist eine positive Funktion zweiten Grades, deren Wert in der vorhergehenden Arbeit geometrisch ermittelt ist. Nach Harreß beträgt das zweite Glied für den durchaus möglichen Wert von einem cm für δ 3 Proz. von τ_0 .

Unter diesen Umständen genügt es nicht, für die Lichtschwingung im Vereinigungspunkt aller dieser Strahlen den Ansatz

$$e^{i\nu\left(t+\frac{x_0}{2}\right)} + e^{i\nu\left(t-\frac{x_0}{2}\right)}$$

zu machen, sondern man muß dafür setzen:

$$(13) \left\{ \begin{aligned} & \int_0^{\delta_{\max}} \left[e^{i\nu\left(t+\frac{\tau}{2}\right)} + e^{i\nu\left(t-\frac{\tau}{2}\right)} \right] d\delta \\ &= 2e^{i\nu t} \left[\cos \frac{\nu \tau_0}{2} \int_0^{\delta_{\max}} \cos \left(\frac{\nu}{2} f(\delta) \right) d\delta \right. \\ & \quad \left. + \sin \frac{\nu \tau_0}{2} \int_0^{\delta_{\max}} \sin \left(\frac{\nu}{2} f(\delta) \right) d\delta \right]. \end{aligned} \right.$$

Solange

$$(14) \quad \left(\frac{\nu}{2} f(\delta) \right)^2 \ll 1$$

ist, kann man unter den Integralzeichen den Cosinus mit Eins, den Sinus mit seinem Argument vertauschen und findet dann als Ausdruck für die Schwingung:

$$2\delta_{\max} e^{i\nu t} \left[\cos \frac{\nu \tau_0}{2} + \frac{\nu}{2} f \cdot \sin \frac{\nu \tau_0}{2} \right] = 2\delta_{\max} e^{i\nu t} \cos \frac{\nu}{2} (\tau_0 - f).$$

f ist dabei der Mittelwert von f , gebildet über alle vorkommenden δ . Es ist dann also ganz so, als wäre die Zeitdifferenz τ innerhalb der betrachteten Strahlengesamtheit unveränderlich, hätte aber den über diese Gesamtheit gebildeten Mittelwert.

Ist Bedingung (14) nicht mehr erfüllt, so treten in (13) Fresnelsche Integrale auf, da $f(\delta)$ eine quadratische Funktion ist. Dann ist die Streifenverschiebung nicht mehr proportional zu ω , sondern hängt in weniger einfacher Weise davon ab. Man darf hierin keinen Widerspruch dagegen sehen, daß wir sonst immer nur zu ω proportionale Summanden berücksichtigt haben. Für die Berechnung der Zeitunterschiede τ sind nach wie vor quadratische und höhere Glieder vernachlässigt. Aber die obige Rechnung zeigt eben, daß man bei hinreichender Breite des Strahlenbündels trotzdem eine zu ω nicht mehr proportionale Streifenverschiebung beobachtet.

§ 8. Was kann uns nun der Harreßsche Versuch, wenn er erst bis zu der ganzen erreichbaren Vollendung durchgeführt ist, lehren? Harreß selbst und Hr. Knopf berechnen aus ihm den Mitführungskoeffizienten des Glases und prüfen, wie

weit der gemessene Wert mit der Fresnelschen Formel dafür übereinstimmt. Wir haben hier die Theorie so geformt, daß der Versuch als ein Ersatz für den in Fig. 1 dargestellten erscheint und letzterem eigentlich als Zweck die Bestätigung der Umrechnungsformel für die Zeit in der Lorentz-Transformation zugeschrieben. Doch besteht natürlich zwischen diesen Auffassungen kein Widerspruch. Die Optik der ohne Beschleunigung bewegten Körper ist eine so einheitliche und in sich verflochtene Theorie, daß man sie nur als Ganzes bestätigen oder widerlegen kann. Jede Bestätigung irgendeiner ihrer Aussagen kommt immer dem Ganzen zugute.

Voraussetzung der Theorie ist bisher, daß die mit der Drehung verbundenen Beschleunigungen die Lichtgeschwindigkeit in keiner wahrnehmbaren Weise beeinflussen. Die allgemeine Relativitätstheorie stützt diese Annahme. Ob sie zutrifft, kann nur die sehr wünschenswerte Wiederholung des Versuchs zeigen.

Berlin, Dezember 1919.

(Eingegangen 21. Januar 1920.)

**3. Die Aufrechterhaltung der
negativen Erdladung, das Grundproblem der
luftelektrischen Forschung;
von R. Seeliger.**

Die luftelektrische Forschung steht zurzeit einem wesentlichen Teil der Lösung ihres Grundproblems, der Frage nach dem Elektrizitätshaushalt der Atmosphäre, ratlos gegenüber; jedenfalls gewinnt man aus der Literatur¹⁾ den Eindruck, daß trotz aller Bemühungen eine befriedigende Einsicht in die Sachlage hier noch nicht erreicht ist. Dies kann nun offenbar dreierlei Gründe haben: 1. Kann das bis jetzt zur Verfügung stehende Beobachtungsmaterial unvollständig oder ungenügend sein. 2. Kann unter den im Rahmen unserer heutigen Kenntnisse überhaupt möglichen, d. h. ausdenkbaren Theorien, die eine oder andere, die vielleicht gerade eine Lösung bringen würde, nicht herangezogen worden sein. 3. Kann notwendigerweise die Mitwirkung einer prinzipiell neuen, d. h. bisher noch unbekannten Ursache anzunehmen sein. Ehe man sich zu dieser dritten Alternative entschließt und sich in wilder Hypothesenbildung ergeht, wird man jedenfalls die beiden ersteren nach Möglichkeit durchdiskutieren müssen. Dazu ist aber vor allem notwendig, daß man sozusagen eine vollständige Liste aller überhaupt möglichen Theorien aufstellen und zur Grundlage der weiteren Untersuchung machen kann. Erst wenn dann 1. und 2. mit Sicherheit verneinend beantwortet wären, müßte man wohl 3. bejahen. Zwar liegen in dieser Richtung bereits verschiedene Ansätze vor²⁾, eine systematische Diskussion ist aber bisher, soviel mir bekannt, noch nicht durchgeführt worden.

1) Zusammenfassende Bearbeitungen der Literatur geben ein Artikel von E. v. Schweidler u. F. Kohlrausch in L. Graetz' Handbuch der Elektrizität 3. S. 193—276 und ein Artikel von E. v. Schweidler in der Encyclop. d. Math. Wiss. 6. 1. 9 S. 285—365, beide über „Atmosphärische Elektrizität“.

2) Vgl. etwa E. v. Schweidler, Encyclop. Art. S. 258 ff. und Wien. Ber. 127. S. 1. 1918.

Es gelingt nun in der Tat in recht einfacher Weise unter Benutzung eines geeigneten Schematismus, den ersten Teil der Aufgabe zu lösen und die genannte vollständige Liste aufzustellen. Wesentlich schwieriger ist dann allerdings die Diskussion dieser einzelnen möglichen Theorien, soweit nicht von vornherein aus der allgemeinen physikalischen Erfahrung heraus ein Teil von ihnen abgelehnt werden kann; denn die Unvollständigkeit der heute zur Verfügung stehenden empirischen Daten macht einerseits eine *quantitative* Diskussion — die allein zur Entscheidung führen könnte — unmöglich, und gibt andererseits, wie dies ja bei geophysikalischen Fragen vielfach der Fall ist, der Hypothesenbildung noch allzuviel Spielraum. Wenn es somit in der Natur der Sache begründet ist, daß eine endgültige Entscheidung heute noch nicht getroffen werden kann, so ist, wie ich glaube, doch ein gewisser Fortschritt darin zu sehen, daß es gelingt, die Zahl und Art der überhaupt in Betracht kommenden Theorien genau zu umschreiben und ganz erheblich einzuengen und die Bejahung der oben erwähnten dritten Alternative als jedenfalls nicht unbedingt notwendig zu erweisen.

Das Problem, um welches es sich hier handelt, hat am klarsten v. Schweidler a. a. O. formuliert durch die Frage nach der Natur des sog. „Kompensations- oder Gegenstromes“. In der Atmosphäre strömt normalerweise dauernd positive Ladung von oben nach unten und entsprechend negative von unten nach oben, d. h. es fließt dem Erdkörper aus der Atmosphäre ein positiver Strom zu und zwar von bemerkenswerter örtlicher und zeitlicher Konstanz ($\text{ca. } 2 \cdot 10^{-16} \text{ Amp/cm}^2 = 6 \cdot 10^{-7} \text{ CGS./cm}^2$); dieser Strom ist bedingt durch die natürliche Leitfähigkeit und durch die Existenz eines elektrischen Feldes in der Atmosphäre. Der Zustand kann nun trotz der fortwährenden Tätigkeit dieses sog. „normalen Leitungsstromes“ offenbar nur dann stationär sein — daß es sich um einen stationären Zustand handelt und nicht um ein vorübergehendes Phänomen, wird wohl allgemein angenommen und bedingt gerade die hier zu betrachtende Schwierigkeit — wenn die ausgleichende Wirkung des Leitungsstromes kompensiert wird durch einen zweiten Prozeß, den v. Schweidler zunächst ganz allgemein als Kompensationsstrom bezeichnet. Die Frage

nach der Natur und physikalischen Deutung dieses Kompensationsstromes bildet das eingangs erwähnte Problem der luftelektrischen Forschung.

Man kommt nun an Hand einfacher geometrischer Betrachtungen zu einem übersichtlichen und vollständigen Schema aller für die Deutung des Kompensationsstromes überhaupt in Betracht kommenden theoretischen Möglichkeiten, wenn man ausgeht von dem Prinzip der geschlossenen Stromlinien für den stationären Zustand. Leitungsstrom und Kompensationsstrom müssen, zunächst rein geometrisch gesprochen, eine geschlossene Schleife bilden, von der ein Teil durch den von der Atmosphäre zur Erde fließenden normalen Leitungsstrom, der Rest durch den Kompensationsstrom gebildet wird. Dabei wollen wir, um das folgende Schema nicht unnötig zu komplizieren, von vornherein festsetzen, daß wir unter „Strom“ stets den Mittelwert der wirklich fließenden Ströme, über die ganze bisherige Beobachtungszeit, d. h. über mehrere Jahre, verstehen. Wir können dies tun, ohne die Allgemeinheit der Betrachtung zu beeinträchtigen, machen aber natürlich implizite — andernfalls wäre überhaupt keine Schwierigkeit vorhanden — die durch die Beobachtungsergebnisse wie man heute annimmt und wohl mit Sicherheit annehmen muß, erwiesene Voraussetzung, daß insbesondere das Zeitintegral über den normalen Leitungsstrom von Null verschieden ist. Dagegen sei ausdrücklich hervorgehoben, daß es sich nicht auch um eine analoge räumliche Mittelwertbildung über die ganze Erdoberfläche handelt, sondern daß wir unter „Strom“ die Stromdichte an jeweils einem Beobachtungsort zu verstehen haben. In der geschlossenen Schleife ist die *Stromrichtung* in allen Teilen gegeben durch die Richtung Atmosphäre–Erde des positiven Leitungsstromes; das Vorzeichen der im Kompensationsstrom fließenden Ladungen und damit deren Bewegungsrichtung bleibt dagegen noch unbestimmt.

Wir können nun sofort zwei verschiedene Grundformen der Stromschleife unterscheiden und dementsprechend zwei große Klassen von Theorien. Die erste ist charakterisiert durch eine „dreieckige“ Schleife; die Verbindung der Punkte *A* und *E*, welche die Atmosphäre und die Erde repräsentieren, ist die eine Seite, auf der der Leitungsstrom fließt; im dritten

Eckpunkt P entspringen die Stromlinien der Kompensationsströme. Es deckt sich diese Klasse mit der von v. Schweidler a. a. O. durch den Zusatz „an Ort“ bezeichneten Art von Theorien, bei welchen der Kompensationsstrom an demselben Ort wie der Leitungsstrom, nämlich am Beobachtungsort, in den Erdkörper mündet, also wesentlich vertikal gerichtet ist. Die zweite Klasse ist charakterisiert durch eine „viereckige“ Stromschleife, deren eine Seite wieder AE ist, deren beide andere Ecken P_1 und P_2 seien. Sie deckt sich mit der v. Schweidlerschen Art, „an entfernter Stelle“, bei welcher der Kompensationsstrom nicht am Beobachtungsort die Erde trifft. Demgemäß sind horizontale Komponenten des Kompensationsstromes anzunehmen, teils in der Atmosphäre, teils in der Erde als Erdströme. Noch kompliziertere Formen der Stromschleife anzunehmen, ist offenbar unnötig; dagegen müssen wir der Vollständigkeit wegen als eine dritte mögliche Klasse noch solche für möglich halten, welche durch geometrische Kombination der beiden ersteren Klassen entsteht.

Es ist nun leicht, diese erste Einteilung zu der gewünschten Liste auszubauen, wenn man nur streng systematisch und zwar zunächst sozusagen rein geometrisch vorgeht. Die erste Klasse (I) enthält nämlich, wie man unmittelbar sieht, drei und nur drei Unterklassen, die charakterisiert sind durch die Lage des Punktes P , da dieser außerhalb der Atmosphäre (I 1), in der Atmosphäre (I 2) oder in der Erde (I 3) liegen kann. Ebenso zerfällt die zweite Klasse (II) in eine Reihe von Unterklassen je nach der Lage der Punkte P_1 und P_2 in je einem der drei eben genannten Gebiete. Und zwar gibt es hier ebenfalls nur drei Unterklassen II 12, II 13 und II 23, da die Unterklassen mit Lage der Punkte P_1 und P_2 in demselben Gebiet (II 11, II 22, II 33) zusammenfallen mit den bereits angeführten Unterklassen der Art I. Eine weitere und zwar die letzte Verfeinerung unseres Schemas, welche nun bereits zu den einzelnen möglichen Theorien selbst führt, erhalten wir endlich durch Berücksichtigung des Punktes, den wir bisher ganz unbeachtet gelassen haben, nämlich durch Berücksichtigung des Vorzeichens der in den Kompensationsströmen fließenden Ladungen. Die Zahl der sich so ergebenden geometrischen Möglichkeiten können wir aber von vornherein beschränken

durch die folgenden einfachen physikalischen Überlegungen. Da die Kompensationsströme der Klassen I naturgemäß keine Leitungsströme sein können, so fällt unter den möglichen Kombinationen der Ladungsvorzeichen die eine gerade im normalen Leitungsstrom auf AE realisierte weg, wo gleichzeitig positive Ladung in der einen, negative in der anderen Richtung desselben Schleifenteils strömt, d. h. es kommt für jeden Teil nur entweder positiver oder negativer Ladungstransport in Frage. Demgemäß zerfällt jede der Unterklassen I in je 4 mögliche Theorien. Da aber ferner bei I 2 bzw. I 3 der Punkt P praktisch zusammenfällt mit dem Punkt A bzw. E , so kommt hier nur das Vorzeichen auf den einen Schleifenteil $A(P)E$ bzw. $AE(P)$ in Betracht, die Schleife ist zu einem Zweieck ausgeartet. Wir haben also im ganzen nicht 12, sondern nur 8 mögliche Theorien der Art I, nämlich in leicht verständlicher Bezeichnung die Theorien I 1 pp , I 1 pn , I 1 np , I 1 nn ; I 2 p , I 2 n ; I 3 p , I 3 n . Für die Theorien der Art II gelangen wir in ganz ähnlicher Weise zu der vollständigen Liste, deren Ableitung wir uns aber ebenfalls von vornherein abkürzen können. In der Unterklasse II 13, in welcher also P_1 außerhalb der Atmosphäre, P_2 in der Erde liegt, ist offenbar das Vorzeichen der im Erdzweig EP_2 strömenden Ladung gleichgültig, da die Erde nur dem Ausgleich der in E und P_2 ankommenden bzw. von dort ausgehenden Ladungen dienen soll; wir haben also hier im ganzen nur 4 mögliche Theorien, nämlich in analoger Bezeichnung wie oben die Theorien II 13 pp , II 13 pn , II 13 np , II 13 nn . In der Unterklasse II 23 mit P_1 in der Atmosphäre und P_2 in der Erde gilt bezüglich des Erdstromes dasselbe wie oben, so daß auch hier 4 mögliche Theorien II 23 pp ... II 23 nn zu verzeichnen wären. Dazu kommen nun aber, soll die wesentliche Vollständigkeit unserer Liste nicht gefährdet werden, noch weitere Möglichkeiten, nämlich die eines Leitungsstromes in der ionisierten Atmosphäre auf AP_1 bzw. P_1P_2 ; dadurch entstehen 5 weitere mögliche Theorien, die wir bezeichnen wollen durch II 23 $(np)p$, II 23 $(np)n$, II 23 $p(np)$ und II 23 $n(np)$, II 23 (np,np) , so daß also im ganzen 9 Theorien der Unterart II 23 denkbar sind. Die dritte Unterklasse II 12 endlich mit P_1 außerhalb der Atmosphäre und P_2 in der Atmosphäre erledigt sich einfach

dadurch, daß sie überhaupt von vornherein abzulehnen ist. Denn es fällt bei ihr die charakteristische Eigenschaft, daß Leitungsstrom und Kompensationsstrom an verschiedenen Orten in den Erdkörper münden, fort. Wenn wir die Kombinations-theorien der Art III aus praktischen Gründen vorerst nicht behandeln und uns auf die einfachen Theorien der Art I und II beschränken, so können wir zusammenfassend nun mit Sicherheit behaupten, daß 21 und nur 21 derartige Theorien denkbar sind. Diese sollen nun der Reihe nach besprochen werden, wobei sich zeigen wird, daß eine große Zahl von ihnen teils auf Grund von Erfahrungstatsachen, teils auf Grund allgemeiner physikalischer Erwägungen abzulehnen ist und nur eine kleine Zahl für eine ernstliche Diskussion übrig bleibt.

Theorien der Klasse I. Kennzeichen ist, daß ein Kompensationsstrom in demselben Punkt in die Erde mündet, in welchem der Leitungsstrom beobachtet wird. Die physikalische Natur der Kompensationsströme läßt sich dahin einschränken, daß es sich dabei nur um Konvektionsströme handeln kann.

I 1. Der Punkt P liegt außerhalb der Atmosphäre.

Die Kompensationsströme kommen aus dem Weltraum oder von einem andern Himmelskörper, bzw. sie strömen von der Erde oder ihrer Atmosphäre dorthin. In erster Linie wird man an korpuskuläre Strahlen beiderlei Vorzeichen denken, man wird aber daneben auch Ladungstransport durch Strahlungsdruck, Einfangung geladener Materie durch die Erde usw. in den Bereich der Möglichkeiten ziehen müssen. Das Schema der Stromschleife gibt die Fig. 1.

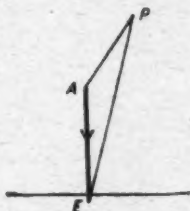


Fig. 1.

I 1 p p, I 1 n p. Strom $E \rightarrow P$ positiv. Physikalisch nicht brauchbar, da keinerlei Anzeichen dafür vorhanden sind, daß der Erdkörper positive Strahlen — denn nur um solche könnte es sich handeln — in dem hier geforderten Betrag emittiert.

I 1 p n. Strom $P \rightarrow A$ positiv, Strom $P \rightarrow E$ negativ. Physikalisch liegt diese Annahme einer von Simpson ausgespro-

chenen Theorie¹⁾ zugrunde, nach welcher von außen, etwa von der Sonne kommende, positive und negative Strahlen die Erde treffen; die leichter absorbierbaren positiven Strahlen bleiben bereits in der Atmosphäre stecken, während die negativen wenigstens zum Teil bis zur Erdoberfläche durchdringen. Wenn nun auch die Existenz des positiven Stromes $P \rightarrow A$ durch die Ergebnisse der Nordlichtforschung recht wahrscheinlich gemacht ist, ist die Theorie doch abzulehnen, da der negative Strom $P \rightarrow E$ in der hier zu fordernden Stärke sicher nicht vorhanden ist. Es geht dies hervor aus einer auch für das folgende prinzipiell wichtigen Untersuchung von v. Schweidler.²⁾

I 1 n n. Negativer Strom $A \rightarrow P$, negativer Strom $P \rightarrow E$. Die Existenz des Stromes $A \rightarrow P$ läßt sich, wie wir noch sehen werden, zwar plausibel machen, die Theorie ist aber aus demselben Grund, wie die vorhergehende, abzulehnen.

I 2. Der Punkt P liegt in der Atmosphäre.

Neben den für die Theorien I 2 prinzipiell heranzuziehenden Korpuskularstrahlen kommt für eine Deutung des nun ganz innerhalb der Atmosphäre verlaufenden Kompensationsstromes nur noch in Betracht die Annahme von mechanischen Konvektionsströmen, z. B. durch vertikale Luftbewegungen usw. Das Schema der Stromschleife ist gegeben durch die Fig. 2.

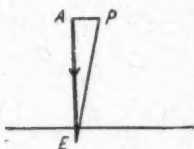


Fig. 2.

I 2 p. Strom $E \rightarrow P$ positiv. Die Emission einer hinreichend intensiven Korpuskularstrahlung, etwa einer α -Strahlung von radioaktiven in der Erdkrinde vorhandenen Substanzen, ist auszuschalten. Dagegen könnte eine Konvektion positiver Raumladung durch aufsteigende Luftströme in Betracht kommen und ist sogar mit Sicherheit nachgewiesen; physikalisch ist diese Theorie identisch mit I 3 p.

I 2 n. Negativer Strom $P \rightarrow E$. Die Deutung durch abwärtsgehende Luftströme scheidet wegen der positiven Raumladung der Atmosphäre aus. Dagegen besteht physikalisch

1) G. C. Simpson, Nature. 69. S. 270. 1904.

2) E. v. Schweidler, Wien. Ber. 121. S. 1. 1918.

die Möglichkeit, korpuskulare negative Strahlen aus der Atmosphäre anzunehmen, welche in der Erde absorbiert werden. Diese Annahme liegt auch in der Tat in zwei Theorien vor, nämlich

a) der Theorie von Swann.¹⁾ Von der Atmosphäre gehen β -Strahlen aus, welche in der Erde absorbiert werden.

b) Nach einer Bemerkung von v. Schweidler²⁾ könnte man annehmen, daß die atmosphärische β -Strahlung nicht spontan von radioaktiven Stoffen ausgeht, sondern man könnte sie auch auffassen als anisotrop verteilte Sekundärstrahlung einer in die Atmosphäre von außen eindringenden, sehr harten Impulsstrahlung. Jedenfalls lassen die neueren Beobachtungen über die sogenannte „durchdringende Strahlung“ eine solche Annahme nicht von vornherein als aussichtslos erscheinen.³⁾

Beide Hypothesen sind nun aber auf Grund der oben zitierten Untersuchung von v. Schweidler, also aus demselben Grund wie I 1 p n abzulehnen. Nun gibt es aber noch eine dritte Möglichkeit zur Deutung des negativen Stromes $P \rightarrow E$, die benutzt ist in der

c) Theorie von Gerdien.⁴⁾ Negative Ladung soll im Überschuß durch die Niederschläge herabgebracht werden. Auch diese Theorie ist wohl sicher abzulehnen auf Grund der neueren exakten Messungen der Niederschlags Elektrizität, welche die Ergebnisse jener ersten Beobachtungen nicht bestätigten, sondern gerade das Gegenteil ergaben.

I 3. Der Punkt P liegt in der Erde.

Bezüglich der Natur der Kompensationsströme gilt dasselbe wie oben unter I 2. Das Schema der Stromschleife ist gegeben in Fig. 3.

I 3 n. Deckt sich mit I 2 n und ist aber wie dieses abzulehnen.

1) W. F. G. Swann, Terr. Magn. 20. 105. 1915; 21. 1916.

2) v. Schweidler, Wien. Ber. 127. 1. 1918.

3) Vgl. R. Seeliger, Münch. Ber. 1. 1918.

4) H. Gerdien, Phys. Ztschr. 6. 647. 1905; vgl. auch R. Seeliger, Wien. Ber. 125. 1. 1916.

I 3 p. Deckt sich mit I 2 p. Ernstliche Beachtung verdient hier die von Ebert¹⁾ aufgestellte Theorie der sog. Bodenatmung, nach welcher aus den Erdkapillaren die Bodenluft

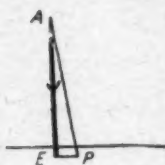


Fig. 8.

mit einem beträchtlichen Überschuß positiver Elektrizität beladen austritt und zwar infolge der stärkeren Adsorption negativer Ladungsträger an die Wände der Kapillaren. Da qualitativ die Ebertsche Theorie heute als festbegründet anzusehen ist, kann über ihre Leistungsfähigkeit nur eine quantitative Diskussion entscheiden; dabei handelt es sich um

zwei Punkte, nämlich um die quantitative Ergiebigkeit der Bodenatmung und um die Frage, ob und wie die positiven Ladungen in die höheren Schichten der Atmosphäre gelangen.

Theorien der Klasse II. Die Theorien, zu deren Besprechung wir nun übergehen, sind, wie bereits erwähnt, dadurch gekennzeichnet, daß der Kompensationsstrom nicht in demselben Punkt wie der Leitungsstrom in die Erde mündet. Es bringt dies eine erhebliche Vergrößerung der Zahl der auch physikalisch nicht ohne weiteres abzulehnenden Möglichkeiten mit sich, da man nun den Kompensationsstrom auf Teilen der Erdoberfläche münden lassen kann, von denen noch keine Beobachtungen vorliegen (z. B. auf dem offenen Meer) oder vor allem, in denen besondere physikalische Verhältnisse durch anderweitige Überlegungen zu erwarten sind (z. B. in hohen Breiten). Die Theorien der Art II werden also in der Hauptsache — und darin liegt teils ihre vorteilhafte Vielseitigkeit, teils ihre unangenehme Dehnbarkeit — die Möglichkeiten umfassen, in denen die Unvollständigkeit des Beobachtungsmaterials, und zwar bezüglich der geographischen Verbreitung der Beobachtungsorte, eine Rolle spielt.

II 13. Punkt P_1 liegt außerhalb der Atmosphäre, Punkt P_2 in der Erde.

Bezüglich der Deutung der Kompensationsströme gilt dasselbe wie bei den Theorien der Art. I 1. Das Schema der Stromschleife gibt die Fig. 4.

1) H. Ebert, Phys. Ztschr. 5. 185. 1904. Wegen zahlreicher sich anschließender Arbeiten vgl. die Besprechung bei v. Schweidler und Kohlrausch, a. a. O. S. 272 ff.

II 13 *n n*. Negativer Strom $A \rightarrow P_1$, negativer Strom $P_1 \rightarrow P_2$. Die Existenz des Stromes $A P_1$ ist jedenfalls nicht von vornherein abzulehnen, wie wir später sehen werden. Bezüglich des Stromes $P_1 P_2$, der also in einer Einstrahlung von Elektronen bestehen müßte, können wir die aus der Untersuchung von v. Schweidler folgende und den bisherigen Theorien so verderbliche Aussage der Nichtexistenz eines solchen Stromes nun dadurch bedeutungslos machen, daß wir den Punkt P_2 prinzipiell an einen Ort verlegen, für welchen noch keine Messungen nach dem Vorgang v. Schweidlers vorliegen.¹⁾ Es wäre das allerdings an sich nicht mehr als eine reine Willkürlichkeit; für einen Fall aber läßt sich durch anderweitig gewonnene Einsichten ein solches Vorgehen immerhin, wenn auch nicht strenge rechtfertigen, so doch stützen, nämlich für eine Verlegung von P_2 in die Polargebiete der Erde. Dort nämlich läßt die Korpuskulartheorie des Polarlichts²⁾ den Einfall von Elektronen großer Geschwindigkeit auf die Erdoberfläche wenigstens nicht als ausgeschlossen erscheinen. Zusammenfassend liegen die Verhältnisse jedenfalls so, daß die eben behandelte Möglichkeit nicht von vornherein abgelehnt werden kann.

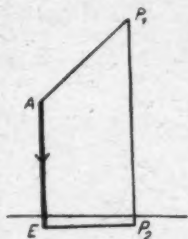


Fig. 4.

II 13 *p n*. Positiver Strom $P_1 \rightarrow A$, negativer Strom $P_1 \rightarrow P_2$. Es tritt an die Stelle eines negativen von der Atmosphäre ausgehenden ein positiver in dieselbe eintretender Strom. Da dessen Existenz (vgl. I 1 *p n*) ebenfalls nicht unmöglich erscheint, ist auch diese Theorie nicht von vornherein abzulehnen.

II 13 *n p*. Strom $A \rightarrow P_1$ negativ, Strom $P_2 \rightarrow P_1$ positiv. Die Theorie ist abzulehnen, da auch bei Verlegung von P_2 in unbekannte Gebiete der Erdoberfläche sich keinerlei plausible Gründe für eine genügend intensive Emission positiver Strahlen

1) Hierauf hat v. Schweidler a. a. O. S. 16 selbst schon ausdrücklich hingewiesen.

2) Vgl. den zusammenfassenden Bericht von L. Vegard, *Jahrb. Rad. u. Elektr.* 14. S. 388. 1917.

von ausgezeichneten Punkten der Erdoberfläche beibringen lassen.¹⁾

II 13 pp. Strom $P_1 \rightarrow A$ positiv, Strom $P_2 \rightarrow P_1$ positiv. Ist aus demselben Grund wie die vorhergehende Theorie abzulehnen.

II 23. Punkt P_1 in der Atmosphäre, Punkt P_2 in der Erde.

Der Deutung der Kompensationsströme ist nun besonders in dieser Unterklasse der weiteste Spielraum gelassen. Korpuskulare Strahlen und mechanische Konvektion durch Luftströmungen müssen wir ebenso wie bei den Theorien der Art I 2 natürlich generell auch hier als möglich erklären; es kommt nun aber neu hinzu, daß wir nicht von vornherein auch die Deutung als Leitungsströme in der ionisierten Atmosphäre wie bei I 2 ausschließen können, einem Umstand, dem wir auch bereits (S. 468) durch Aufnahme der 4 Möglichkeiten II 23 (np) p...

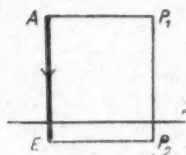


Fig. 5.

II 23 n(np) Rechnung getragen haben. Denn da P_1 und P_2 in uns noch unbekannten Gebieten liegen können, in denen wir allgemein, d. h. ohne physikalische Diskussion, auch über das elektrische Feld nichts aussagen können, so ist die Möglichkeit der Ausbildung von Leitungsströmen mit kompensierender Wirkung jedenfalls nicht ohne

weiteres wie bisher zu verneinen. Das Schema der Stromschleife ist gegeben durch die Fig. 5.

II 23 nn, II 23 pn. Positiver bzw. negativer Strom auf AP_1 , negativer Strom $P_1 \rightarrow P_2$. Beide Möglichkeiten sind, ganz abgesehen von der Deutung des Stromes auf AP_1 , abzulehnen wegen des negativen Stromes auf P_1P_2 . Dieser könnte nur gedeutet werden als mechanischer Konvektionsstrom oder als Korpuskularstrahlenstrom, etwa im Sinne der Swannschen Theorie (S. 471). Nun ist es natürlich möglich, den Punkt P_2 in Gebiete der Erdoberfläche zu legen, für welche noch keinerlei Beobachtungen vorliegen. Derartige Annahmen wären aber

1) Von allzugewagten Hypothesen, wie z. B. der Emission positiver Ladung bei Vulkanausbrüchen, wollen wir hier in dieser tunlichst nüchternen Untersuchung natürlich absehen.

wie man bei näherem Zusehen erkennt, nichts weiter als reine Willkürlichkeiten, zu deren Stütze auch nicht die geringsten Gründe sich würden anführen lassen.

II 23 np . Ist aus Gründen derselben Art abzulehnen.

II 23 pp . Positive Ströme $P_1 \rightarrow A$ und $P_2 \rightarrow P$. Deutet man die Ströme durch korpuskulare Strahlen, so ist diese Möglichkeit aus denselben Gründen wie bei den drei ersten abzulehnen. Dagegen kommt dieser Möglichkeit eine gewisse Bedeutung zu, wenn man die Ströme als mechanische Konvektionsströme deutet und für $P_2 \rightarrow P_1$ die Ebertsche Theorie zu Hilfe nimmt. Wenn dann zwar auch eine prinzipiell neue Möglichkeit in dieser Kombination nicht enthalten ist, so ist sie doch zur Ergänzung der Ebertschen Theorie I 3 p notwendig und nützlich¹⁾ in allen Fällen, wo diese für den Beobachtungsort E selbst versagen würde; so z. B. wenn E auf dem Meer liegt.

II 23 (np) n bis II 23 (np) (np). Sämtliche derartige Möglichkeiten, welche den Kompensationsstrom ganz oder teilweise als Leitungsstrom deuten, sind abzulehnen, teils aus den soeben genannten Gründen, teils weil die zur Unterhaltung des Leitungsstromes auf $P_1 P_2$ notwendigen elektromotorischen Kräfte und großen Leitfähigkeiten fehlen. Es hat die Verhältnisse Swann²⁾ durchdiskutiert und ist zu negativen Resultaten gekommen. Zu bemerken ist allerdings, daß wir über die Leitfähigkeit der höchsten Luftschichten zwar nur sehr wenig wissen, daß aber verschiedene Umstände (kräftige Ionisation durch die durchdringende Strahlung, durch die Sonnenstrahlen und durch korpuskulare Strahlen; große freie Weglänge, Ladungsträger vermutlich zum Teil freie Elektronen, deshalb große Beweglichkeit) und vielleicht auch einige Versuche über die Ausbreitung funkentelegraphischer Signale dafür zu sprechen scheinen, daß die Leitfähigkeit dort tatsächlich sehr groß ist. Im Grenzfall würden dann die hier betrachteten Stromschleifen übergehen in die Stromschleifen der ersten Art, insofern das Stück AP_1 physikalisch einer metallischen Verbindung entsprechen würde.

1) Vgl. E. v. Schweidler, Enzykl. Art., S. 259.

2) W. F. Swann, Terr. Magn. 20. S. 107f. u. 111f. 1915. Der Inhalt des zweiten Teils der ausführlichen Arbeit von Swann war mir sowohl im Original wie in Referaten nicht zugänglich.

Fassen wir nun das Ergebnis der bisherigen Betrachtungen zusammen. Wir konnten bereits auf Grund unserer ersten groben Diskussion von den 21 möglichen einfachen Theorien die Mehrzahl als unbrauchbar ablehnen; nur bei drei Theorien war eine Ablehnung wenn überhaupt, so jedenfalls nicht ohne weiteres möglich. Es sind dies die Theorien:

I 3 *p* mit der Ergänzung II 23 *pp*, charakterisiert durch die Ebertsche Deutung eines positiven aufsteigenden Kompensationsstromes infolge Erdabsorption und Bodenatmung.

II 13 *pn*; II 13 *nn*, charakterisiert durch die Umgehung des v. Schweidlerschen Einwandes vermöge einer Verlegung der Auftreffstelle von negativen Korpuskularstrahlen in die Polargebiete der Erde.

Diese drei Theorien bieten jedenfalls a priori nicht zu verneinende Möglichkeiten einer Lösung und verdienen also eine eingehendere Diskussion. Was zunächst die beiden Theorien der Art II anlangt, so wird die Entscheidung natürlich letzten Endes zu geben sein durch die Vornahme von Beobachtungen in den Polargebieten und zwar durch Wiederholung der fundamentalen Versuche von v. Schweidler. Es scheint mir bereits darin ein Erfolg unserer systematischen Diskussion zu liegen, daß sich nun mit vollständiger Bestimmtheit ein einfaches experimentum crucis angeben läßt. Vorerst allerdings wird man auf anderem Wege versuchen müssen, Aussagen zu machen. Da das experimentum crucis durch theoretische Betrachtungen natürlich nie zu ersetzen ist, muß man sich damit zufrieden geben, nachzusehen, ob etwa irgendwo die fraglichen Theorien in Widerspruch mit anderweitigen bisher vorliegenden Erfahrungen und Ansichten stehen. Soviel ich sehe, muß diese Frage wenigstens nach der qualitativen Seite hin verneint werden. Zunächst benötigen beide das Einfallen eines Elektronenstromes auf die Erdoberfläche und zwar nur in den Polargebieten der Erde. Diese Konzentration auf ausgezeichnete Gebiete der Erdoberfläche wird aber ebenso wie die Existenz eines Elektronenstromes überhaupt, durch die neueren Untersuchungen über die Polarlichter (vgl. den S. 473 zitierten Bericht von Vegard), zumindest wahrscheinlich gemacht. Man könnte nun versuchen, nach einem Widerspruch der Theorie

mit der Erfahrung auf folgendem Wege, vermutlich dem einzig möglichen, zu suchen. Wenn in den Polargebieten Elektronen auf die Erde treffen, so müßte nach den Voraussetzungen der Theorie der Absorptionskoeffizient so klein sein, daß mehr als die Hälfte der Strahlen zur Erde durchdringt. Ist δ die Dichte der Atmosphäre in der Höhe h über dem Boden, α der Absorptionskoeffizient der Luft nach dem Massenproportionalitätsgesetz bezogen auf die Masseneinheit, so ist

$$\ln \frac{J_0}{J_h} = \alpha \int_h^{\infty} \delta \, dh,$$

so daß die am Erdboden ankommende Intensität in Bruchteilen der in die Atmosphäre von außen eindringenden ist

$$J = J_0 e^{-\alpha m},$$

wenn m die Masse der Atmosphäre über 1 cm^2 ist. Nun soll sein $J > 0,5 J_0$, also muß sein

$$\alpha m < \ln 2 = 0,7,$$

da m von der Größenordnung 10^3 ist, so ergibt sich für α als obere Grenze

$$(1) \quad \alpha < 0,7 \cdot 10^{-3}.$$

Andererseits muß der Einfall der Elektronen wiederum im Sinne der betrachteten Theorie innerhalb einer Polarkalotte erfolgen, in denen die Schweidlerschen Versuche noch nicht gemacht sind. Nun ist der Winkel α_m der Nordlichtzone nach Störmers Theorie¹⁾ gegeben durch

$$(2) \quad \begin{cases} \sin \alpha_m = \sqrt{\frac{2R}{c}}, \\ c = \sqrt{\frac{n}{H\varrho}}, \end{cases}$$

wenn R der Erdradius in cm ($= 6,4 \cdot 10^8$), n das magnetische Moment der Erde ($= 8,52 \cdot 10^{25}$) ist und $H\varrho$ in bekannter Weise die Geschwindigkeit der Elektronen definiert,

$$(3) \quad H\varrho = \frac{m v}{e} / \sqrt{1 - v^2/c^2}.$$

1) Vgl. L. Vegard, a. a. O., S. 435.

Wenn man den Absorptionskoeffizient α als Funktion von v kennt, so erhält man aus (1) eine untere Grenze v_m für v und könnte zusehen, ob der aus (2) und (3) mit $v = v_m$ folgende Wert von α_m nicht etwa in bekannte geographische Breiten reicht; wäre dies der Fall, so wäre die Theorie abzulehnen. Leider ist aber für den angegebenen α -Wert die Geschwindigkeit so nahe der Lichtgeschwindigkeit, daß Erfahrung wie Theorie hier noch ganz im Stiche lassen. Wegen der ganz außerordentlich hohen, aus Gl. (1) jedenfalls zu folgernden Werte der Geschwindigkeit allein kann man aber keineswegs die Theorie ablehnen, da man in der Theorie des Nordlichts mit ähnlich hohen Werten zu rechnen hat; hypothetisches, aber keiner Erfahrung widersprechendes darf im Sinne der vorliegenden Betrachtungen nicht zur Ablehnung führen.

Was den positiven in die Atmosphäre einströmenden bzw. negativen aus ihr austretenden Teil des Kompensationsstromes anlangt, so ist die Möglichkeit der Existenz beider ebenfalls nicht a priori abzulehnen. Für den Fall des positiven Stromes ist dies im Anschluß an die Vegardsche, neuerdings von Stark¹⁾ auf ganz anderem Wege gestützte Theorie des Nordlichts ohne weiteres klar. Auch die Existenz eines negativen Stromes ist unter Zugrundelegung einer an sich plausiblen Hypothese keineswegs ausgeschlossen und scheint mir sogar insofern beachtenswert zu sein, als sie wenigstens für diesen einen Teil des Kompensationsstromes Unabhängigkeit von Vorgängen in der Tropo- und Stratosphäre plausibel macht und damit einen Hinweis auf die merkwürdige, eingangs erwähnte Konstanz und vielleicht auch auf die Ursache der jährlichen Periode (Wintermaximum) des Leitungsstromes geben kann. Es ist als sicher anzunehmen, daß die äußersten Schichten der Atmosphäre stark ionisiert sind.²⁾ Ferner deuten neuere Erfahrungen an ionisierten Gasen darauf hin³⁾, daß dort die negativen Träger zum großen Teil als freie Elektronen existieren können und daß diese im thermischen Gleichgewicht mit den

1) J. Stark, Die Naturwissenschaften 6. S. 145. 1918.

2) Einen Bericht über die interessante einschlägige Literatur werde ich a. a. O. geben.

3) Vgl. R. Seeliger, Die Ionisation der Gase, Graetz, Handb. d. Elektr. 3.

Gasmolekülen sind, also eine rund 30 mal größere mittlere Geschwindigkeit besitzen als die Gasmoleküle. Da zugleich ihre freie Weglänge sehr groß ist, so wird ein Teil der Elektronen ohne Zweifel den Anziehungsbereich und die Atmosphäre für immer verlassen und als negativer Strom in den Weltraum ausstrahlen. Eine einfache Rechnung ergibt, daß bei einer Temperatur von rund 30° abs. bereits für den größten Teil der Elektronen dies der Fall sein wird.

Die zweite oben S. 476 als noch möglich angeführte Theorie war nun die von Ebert. Über die quantitative Brauchbarkeit derselben existiert eine lebhafte Diskussion, die jedenfalls nicht eindeutig zu ungunsten der Theorie ausgefallen ist bis auf einen Punkt, der in der Tat eine ernstliche Schwierigkeit einzuschließen scheint.¹⁾ Ebert muß annehmen, daß die positiven Raumladungen durch mechanische Konvektionsströme von der nächsten Nähe der Erdoberfläche in die Atmosphäre fortgeschafft werden; ist v die Konvektionsgeschwindigkeit, ρ die Ladungsdichte, so müßte also $\rho \cdot v =$ Leitungsstrom sein und es ist nun allerdings fraglich, ob in größerer Entfernung vom Boden $\rho \cdot v$ genügend große Werte hat. Mangels brauchbarer Daten über die Größe der vertikalen Luftbewegung kann man hier allgemein eine Entscheidung nicht treffen und muß in der Tat die Frage noch offen lassen; es scheint aber auf alle Fälle nicht möglich zu sein, die Ebertsche Theorie für größere Höhen aufrecht zu erhalten. Swann hat nämlich a. a. O. die Grundlagen der Ebertschen Theorie von einem neuen Gesichtspunkt aus diskutiert; er berechnet die Relaxationszeit einer aufsteigenden geladenen Luftmasse und findet aus dem Wert $3 \cdot 10^{-4}$ für die Leitfähigkeit, daß in etwa 10 Minuten die Ladung auf $\frac{1}{10}$ gesunken sein wird; dies entspricht bei einer Aufsteigegeschwindigkeit der Luftmasse von 1 m/sec. einem Weg von nur 600 m. Die Überlegungen von Swann sind aber nicht streng und führen bei genauerer Rechnung zu Resultaten, die erheblich günstiger für die Ebertsche Theorie sind; prinzipiell jedoch wird hierdurch nichts

1) Man vgl. die ausführliche Darstellung bei v. Schweidler und Kohlrausch a. a. O. S. 272—273.

geändert und es scheint nach wie vor unmöglich, bis zu Höhen von auch nur wenigen Kilometern Konvektionsströme zur Kompensation heranziehen zu können, um so weniger also natürlich bis zu einer Höhe von 9 km, wo aus Potentialgradient und Ionendichte die Existenz des Leitungsstromes noch unmittelbar sichergestellt ist.

Zum Schluß müssen wir nun noch auf die früher bereits kurz erwähnten sogenannten Kombinationstheorien eingehen, die zur Vervollständigung unserer Liste natürlich heranzuziehen sind. Von unserem Standpunkt aus sind diese Theorien charakterisiert durch kompliziertere polygonale Stromschleifen, die sich zusammensetzen aus den einfachen bisher besprochenen Schleifen; geometrisch ist die Zahl der möglichen Kombinationen, wie man sofort sieht, natürlich eine sehr große, sie läßt sich aber in ähnlicher Weise, wie bei den einfachen Theorien, von vornherein erheblich reduzieren. Dabei kann man die Leistung dieser Kombinationen ganz allgemein darin sehen, daß sie (durch räumliches Übereinandersetzen von zwei Stromschleifen) den Punkt *A* der unteren Schleife in tieferen Schichten der Atmosphäre anzunehmen gestatten und so die Möglichkeit geben, Schwierigkeiten zu vermeiden, die mit einer über die ganze bisher der direkten Beobachtung zugängliche Schichthöhe von 0 bis ca. 9 km ausgedehnten Vertikalerstreckung der einfachen Schleife verbunden sind. Man könnte also daran denken, auf diesem Weg z. B. die Ebertsche Theorie bezüglich höherer Luftschichten, in welche der mechanisch-konvektive



Fig. 6.

Transport positiver Ladungen nicht mehr hinaufreicht, gewissermaßen zu entlasten. Die eingehendere Diskussion zeigt, daß 8 (bzw. 12) derartige Kompensationstheorien mit zwei Schleifen möglich sind (wenn man die beschränkenden Folgerungen unserer bisherigen Betrachtungen bereits berücksichtigt), nämlich die Kombinationen von I 2 (I 3) und II 2 mit I 1', I 2', II 22, II 23, wobei die den Typen I 1 und I 2 rein geometrisch entsprechenden Typen mit gestrichenen Zahlen bezeichnet sind. Als Beispiel diene das Schema Fig. 6 für die Kombination I 3 mit I 1'.

Soviel ich sehe, ist aber keine dieser 8 Kombinationen dazu geeignet, aus der Schwierigkeit herauszuhelfen. Rechnet man, was hier sicher genügt, nach der auf der isothermen Barometerformel fußenden einfachen Absorptionsgleichung¹⁾:

$$J = J_0 \cdot e^{-\frac{\alpha}{b} \cdot c - b \cdot h},$$

so erkennt man, daß es z. B. nicht möglich ist, in dem für den Anschluß an die Ebertschen Konvektionsströme in Betracht kommenden Höhen von einigen Kilometern eine genügend starke Absorption zu konstruieren, d. h. dorthin einen steilen Intensitätsabfall einer von oben kommenden korpuskularen Strahlung zu verlegen und zugleich mit dem Schweidlerschen Versuch auf dem Erdboden nicht in Konflikt zu kommen. Es ist mir wenigstens nicht gelungen, eine befriedigende Lösung zu finden, wenn ich auch die Möglichkeit einer solchen noch nicht generell verneinen kann.

Zusammenfassung.

Nimmt man wie üblich an, daß der ionenelektrische Zustand der Erdatmosphäre ein stationärer ist, so muß die aus dem normalen Leitungsstrom und dem v. Schweidlerschen Kompensationsstrom bestehende Stromschleife geschlossen sein. Dies erlaubt, eine vollständige Liste aller für eine Deutung des Kompensationsstromes überhaupt in Betracht kommenden theoretischen Annahmen aufzustellen, die im ganzen aus 21 einfachen und 8 aus diesen durch Kombination gebildeten Theorien besteht. Die nähere Diskussion scheidet von diesen die meisten aus, so daß nur zwei einfache Theorien (und vielleicht einige Kombinationstheorien) übrig bleiben. Für die Richtigkeit der beiden einfachen Theorien läßt sich ein mit den heutigen Mitteln zu erledigendes experimentum crucis angeben, das darin besteht, nachzusehen, ob auch in den Polargebieten der Erde kein Elektronenstrom die Erdoberfläche trifft. Die Kombinationstheorien bestehen in einer immerhin möglichen, wenn auch wenig wahrscheinlichen Ergänzung der Ebertschen Theorie für die höheren Schichten der Troposphäre.

1) P. Lenard, Heidelbg. Akad. 1918. Nr. 5. S. 128.

(Eingegangen 5. Januar 1920.)

**4. Erwiderung auf Hrn. Sommerfelds
Bemerkungen über die Ausbreitung der Wellen
in der drahtlosen Telegraphie;
von H. Weyl.**

Mit Hrn. Sommerfeld bin ich darin einig, daß meine Behandlung des in Rede stehenden Problems für die Praxis der drahtlosen Telegraphie nichts Neues bietet; hier wird man sich nach wie vor der grundlegenden, von Hrn. Sommerfeld gewonnenen Resultate zu bedienen haben. Was ich versprach, war lediglich eine sachgemäßere Methode der mathematischen Behandlung und eine gewisse Klärung des ganzen Vorgangs. Immerhin besteht, wenn ich nicht irre, zwischen Hrn. Sommerfeld und mir in einem Punkte eine wesentliche Meinungsverschiedenheit.

1. Nicht dem Sommerfeldschen *Begriff* der Oberflächenwelle streite ich die sachliche Berechtigung ab, sondern der Behauptung, daß eine derartige Oberflächenwelle in dem Vorgang, den wir beide untersuchen, tatsächlich enthalten sei. Der Umstand, daß eine mathematische Methode die einen einheitlichen physikalischen Vorgang darstellende Funktion in mehrere Summanden spaltet, gibt gewiß noch kein Recht zu der Ansicht, daß das Phänomen *re vera* aus diesen Teilvorgängen als selbständigen Wesenheiten zusammengesetzt sei. Der „künstliche“ Charakter der Sommerfeldschen Zerlegung scheint mir namentlich aus folgenden beiden Umständen hervorzugehen:

a) die drei einzelnen Bestandteile, insbesondere die Oberflächenwelle, haben eine Singularität auf der Achse $r = 0$, während der Gesamtvorgang dort regulär ist (*darum* hielt ich es zum Zwecke einer „natürlichen“ Diskussion für angezeigt, die Wellenfortpflanzung im ganzen oberen Halbraum zu betrachten);

b) wo die Abtrennung der Oberflächenwelle bei der Diskussion von Hrn. Sommerfeld überhaupt aufrecht erhalten wird (bei großer numerischer Entfernung), verschwindet ihr Beitrag (wegen der exponentiellen Abnahme) vollständig in der asymptotischen Entwicklung; aus dem anschaulichen Charakter des Gesamtvorgangs kann also in keinem Fall die Existenz der Oberflächenwelle abgelesen werden; die Bemerkungen auf S. 720 der Sommerfeldschen Arbeit über eine gewisse „Unstimmigkeit“ schienen mir recht deutlich das Unbefriedigende der Situation zu bezeichnen.

2. Es schien mir wichtig, hervorzuheben, daß es sich bei der ganzen Untersuchung um den Grenzfall $\lim n$ (Brechungsindex) $= \infty$ handelt, um das Analogon des Gibbsschen Phänomens. Der Fall eines endlichen festen n (asymptotische Entwicklung nach Potenzen der reziproken Entfernung), den ich in § 2 rasch erledige, wird in § 6 der Sommerfeldschen Arbeit gestreift; aber nicht diese Entwicklung wird, wie es der Übergang zu § 7 ankündigt, dann in § 7 weitergeführt, sondern von da ab steht allein der Grenzfall $n = \infty$ in Frage. Innerhalb seiner tritt erst die Fallunterscheidung zwischen mäßiger und großer numerischer Entfernung ein. Ich kann zwischen diesen beiden Fällen keinen anderen Unterschied zugeben, als ihn etwa auch das Verhalten der Funktion $\text{Si}(x)$ für mäßige und unendlich große x zeigt: die asymptotische Formel gibt an, wie die Funktionsbewegung im Unendlichen „ausläuft“. — Wie beim Gibbsschen Phänomen automatisch die Größe nx als Argument auftritt [vgl. S. 489 meiner Arbeit], wenn man eine gleichmäßig gültige Grenzformel für $n = \infty$ haben will, so bei unserm Problem die „numerische Entfernung“ $r_1 = r/|n|^2$ an Stelle von r [und $z/|n|$ an Stelle von z]; darin kommt für mich ihre grundsätzliche Bedeutung hinreichend klar zum Ausdruck. Dadurch, daß ich Gl. (23) durch Umrahmung als das Wichtigste und das Schlußresultat kennzeichnete, auf das Analogon des Gibbsschen Phänomens hinwies und zur anschaulichen Diskussion aufforderte, glaubte ich für den Leser genug getan zu haben.

3. Namentlich im Falle eines festen endlichen n trägt die Betrachtung des ganzen oberen Halbraums sehr zur physikalischen Klärung des Vorgangs bei. Die asymptotische Ent-

wicklung auf S. 487 unten meiner Note stellt, wenn man sie beim ersten Gliede abbricht, den Vorgang mit einem Fehler dar, der in jenem ganzen Bereich gleichmäßig von der Größenordnung $1/R$ ist, beim Abbrechen nach dem zweiten Glied mit einem Fehler von der Größenordnung $1/R^2$, usf.; die Nachbarschaft der Trennungsebene nimmt da durchaus keine Sonderstellung ein. Die von mir am Schluß des § 2 reproduzierte Formel (33a) der Sommerfeldschen Arbeit findet durch diese Entwicklung ihre natürliche Erklärung. Es sei gestattet, folgende Bemerkung anzufügen. Die „numerische Entfernung“ ϱ wird, wenn man diesen Begriff auf den ganzen oberen Halbraum ausdehnen will, am besten erklärt als der absolute Betrag der von mir auf S. 496 eingeführten Größe w :

$$\varrho = |w| = |R - r \cos \alpha - z \sin \alpha|.$$

Die Entwicklung des § 2 gilt nun nicht nur bei festem endlichen n , sondern gleichmäßig für *alle* n im Sinne einer asymptotischen Darstellung für *große* ϱ ; es ist nämlich, wenn man mit dem ersten Gliede abbricht, der Fehler (gleichmäßig für alle n) $\equiv \frac{\text{Const.}}{\varrho}$, beim Abbrechen nach dem zweiten Gliede $\equiv \frac{\text{Const.}}{\varrho^2}$, usf., wie sich leicht beweisen läßt.

So glaube ich, ist die von mir in § 2 entwickelte Methode die sachgemäße zur Behandlung des Problems für *alle Werte von n und große ϱ* ; die in § 4 angegebene hat dieselbe Bedeutung für *alle ϱ und große n* . Die Wichtigkeit des physikalischen Problems schien mir die Mitteilung dieser Methode zu rechtfertigen. Im übrigen weiß ich sehr wohl, wie viel leichter das Herumbessern an der mathematischen Behandlung eines physikalischen Problems ist, als seine erste Bezwingung.

(Eingegangen 2. März 1920.)

